

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：抽樣方法

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

本試題可能使用之標準常態值如下：

$$z_{0.025} = 1.96, \quad z_{0.05} = 1.645$$

- 一、將 5 個大小質量皆相同的球，分別編號為 1, 2, 3, 4, 5，且將其放入袋中。現以簡單隨機抽樣法一次抽取 2 個球。

$$\text{設 } X_i \text{ 為第 } i \text{ 個球之編號， } i=1, 2, \quad \bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}。$$

(一)求 \bar{X} 之抽樣分配。(10 分)

(二)驗證 \bar{X} 是否為母體平均數 μ 的不偏估計式。(5 分)

(三)說明 \bar{X} 的變異數與母體變異數 σ^2 之間的關係。(10 分)

- 二、為了解學生平時打工情形，A 大學特地進行下列調查計畫。已知 A 大學共有 100 個班級，現自 100 個班級中隨機抽出 5 個班級，再由這 5 個班級中隨機抽出部分學生，調查每位學生每星期打工時數 (y_{ij})，得到如下資料：

班級學生人數	抽樣學生數	$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} y_{ij}}{m_i}$	$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{m_i - 1}$
M_i	m_i		
50	5	29	15
78	8	15	9
62	6	20	22
71	7	35	20
39	4	45	18

(一)請問這是何種抽樣方法？(5 分)

(二)請估計每位學生每星期的平均打工時數，並求算其 95% 誤差界限。
(10 分)

(三)若已知 A 大學學生總人數為 5880 人，請估計每位學生每星期的平均打工時數，並求算其 95% 信賴區間。(10 分)

- 三、甲社團的團長欲了解該團團員每月花費多少的交通費用，已知甲社團共有團員 205 位，利用團員通訊錄的資料，採 10 取 1 的系統抽樣法，調查得 21 位團員每月的交通費用 ($y_i, i=1, \dots, 21$) 如下：
(每小題 10 分，共 20 分)

2030, 1720, 1850, 2210, 2150, 2370, 2000, 1930, 1570, 1910, 2380, 2540, 1720, 1900, 2200, 2100, 1860, 1800, 2050, 2420, 2090

- (一)估計甲社團團員每月的平均交通費用，且求算此平均交通費用的 95% 信賴區間。
(二)採用連續的差數 (successive differences), $d_i=|y_{i+1} - y_i| (i=1, \dots, 21)$, 估計甲社團團員每月的平均交通費用的變異數。同時比較(一)、(二)這兩種估計變異數方法的準確度，說明何種估計方法較合適。

- 四、社會學者欲研究甲城市年齡 65 歲以上的老年人口狀況。現依地理位置將甲城市劃分為 80 個區域，自此 80 個區域中，以簡單隨機抽樣法，抽出 6 個區域，調查每個區域的居民人數及年齡 65 歲以上的老年人口數。得調查資料如下：(每小題 10 分，共 30 分)

區域	1	2	3	4	5	6
居民人數	85	37	49	50	34	45
65 歲以上的老年人口數	15	8	12	11	8	12

- (一)估計甲城市年齡 65 歲以上的老年人口比例，且計算此比例的 95% 誤差界限。
(二)估計甲城市年齡 65 歲以上的老年人口總數，且求算此總數的 95% 信賴區間。
(三)現透過戶政資料，得知甲城市居民總數為 4250 人，試利用此資料估計甲城市年齡 65 歲以上的老年人口總數，並比較(二)、(三)這兩種估計方法那一種較適合。