106年特種考試地方政府公務人員考試試題　　代號：31150　　全一張（正面）

等　　別：三等考試
類　　科：統計
科　　目：抽樣方法
考試時間：2 小時　　座號：________

※注意：㈠可以使用電子計算器。
㈡不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請敘述問卷設計之原則。（15 分）

二、㈠何謂簡單隨機抽樣法？（5 分）
㈡設一有限母體中有 N 個元素，若自母體中以抽出不放回的抽樣方式，抽出 n 個簡單隨機樣本，$y_1, y_2, \dots, y_n$，請證明樣本平均數 $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$ 的變異數 $Var(\bar{y}) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$（$\sigma^2$ 為母體變異數）。（10 分）

三、㈠臺灣自來水公司為了研究家戶用水行為，欲從家庭用水的水表資料檔中以抽樣方式抽出 1,000 戶來做家戶用水行為研究。在自來水公司的家庭水表資料檔中，各戶都有一個專門的水表號碼，也有每個月的用水度數。為了減低用水量多寡的用水行為差異，欲用用水度數分層，請敘述如何執行分層隨機抽樣。（5 分）
㈡分層隨機抽樣之每一層樣本大小的配置（Allocation），應注意那三項事情？（5 分）
㈢什麼時候需要採用雙重抽樣方法（Double Sampling）？（5 分）

四、㈠若採用重複系統抽樣法（Repeated Systematic Sampling），在母體大小為 N 中抽出 n_s 個“k'取 1”的系統樣本，可得 n_s 個樣本大小為 n（$n = \frac{N}{k'}$）的系統樣本。若第 i 個系統樣本為 $y_i, y_{i+k'}, \dots, y_{i+(n-1)k'}$，令 $\overline{y_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{ij}}{n}$，（$i = 1, 2, \dots, n_s$）為第 i 個系統樣本的平均數，請寫出母體平均數 $\hat{\mu}$ 的估計公式？及母體平均數估計式的估計變異數 $\widehat{Var}(\hat{\mu})$？（10 分）
㈡若採用群集隨機抽樣法（Cluster Sampling），在母體大小為 M 中先分成 N 個群集（cluster）（每一個群集之個數為 $m_1, m_2, \dots, m_N$，$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$），再以群集為抽樣單位，以簡單隨機抽樣法抽出 n 個群集為一群集樣本，稱為群集隨機樣本。若 y_i 表示第 i 個群集中變數值的總和，請寫出母體平均數 $\hat{\mu}$ 的估計公式？及母體平均數估計式的估計變異數 $\widehat{Var}(\hat{\mu})$？（10 分）
㈢在何種條件下，題㈠及㈡所述兩種抽樣法之母體平均數的估計值公式會相同？（5 分）

等　　別：三等考試
類　　科：統計
科　　目：抽樣方法

五、在兩階段抽樣法中，第一階段先將母體分成 N 個抽樣單位，以簡單隨機抽樣法抽出 n 個抽樣單位，稱為第一抽樣單位。其次，將第一階段中的每一個抽樣單位分割成 $M_i\ (i = 1, 2, \dots, N)$個抽樣單位，並從 n 個第一抽樣單位以簡單隨機抽樣法各抽出 $m_i\ (i = 1, 2, \dots, n)$個抽樣單位（$y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im_i}, i = 1, 2, \dots, n$），稱為第二抽樣單位，

$M = \sum_{i=1}^{N} M_i$，$\overline{M} = \dfrac{M}{N}$，$\overline{y_i} = \dfrac{1}{m_i}\sum_{j=1}^{m_i} y_{ij}$。

㈠在什麼情況下，兩階段抽樣法即為分層隨機抽樣法？（5 分）
㈡在什麼情況下，兩階段抽樣法即為群集隨機抽樣法？（5 分）
㈢若 M 未知，請寫出母體平均數$\hat{\mu}$的估計公式及$\widehat{Var}(\hat{\mu})$的估計公式。（10 分）
㈣若在第一階段中不以簡單隨機抽樣法抽出 n 個抽樣單位，改以第 i（$i = 1, 2, \dots, N$）個被抽中的機率為$\dfrac{M_i}{M}$（Two-Stage Cluster Sampling with Probabilities Proportional to Size, pps），請寫出母體平均數$\hat{\mu}$的估計公式及$\widehat{Var}(\hat{\mu})$的估計公式。（10 分）