

110年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、
國家安全局國家安全情報人員考試及110年特種考試
交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試試題

考試別：鐵路人員考試
等別：高員三級考試
類科組別：電力工程、電子工程
科目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、利用拉氏轉換(Laplace transform)求解。(10分)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 2y = f(t), \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 1, \quad y(0) = 0, \quad f(t) = \begin{cases} 2, & 0 < t \leq \pi \\ 0, & t > \pi \end{cases}$$

二、設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 12 & -11 & 12 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$

(一)求 A 的 3 個特徵值(eigenvalues)。(10分)

(二)求 $A^5 + A^4 - 4A^3 + 4A^2 - 4A + 4I$ ，其中 I 為單位矩陣。(5分)

三、令 $\Gamma(t) = 3e^{it}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ，求 $\int_{\Gamma} \text{Im}(z) dz$ 。(10分)

(其中 $\text{Im}(z)$ 代表複數 z 的虛部(imaginary part))

四、定義函數 $f(t)$ 的傅立葉轉換(Fourier transform)為

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad j = \sqrt{-1}$$

(一)求函數 $f_1(t) = e^{-5|t|}$ 的傅立葉轉換 (Fourier transform)。(5分)

(二)求函數 $f_2(t) = (\cos 100t) e^{-5|t|}$ 的傅立葉轉換 (Fourier transform)。(10分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：5703

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 一座山距離海平面的高度可用 $z(x, y) = 3500 - 2x^2 - 3y^2$ 來表示，試求出在 $P(-3, 2)$ 這點朝上坡最陡峭的方向？

- (A) [12, 12] (B) [-12, -12] (C) [12, -12] (D) [-12, 12]

2 一平行六面體(parallelepiped)的三個不互相平行的邊緣向量分別是 $[2, 0, 3]$ 、 $[0, 4, 1]$ 、 $[5, 6, 0]$ ，試求此一平行六面體的體積。

- (A) 144 (B) 72 (C) 36 (D) 12

3 考慮向量 $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 和 $v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ 。若 u 可分解為 $u_1 + u_2$ ，其中 u_1 為 u 在 v 的投影(projection)，則 u_2 為何？

- (A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ -1.5 \end{bmatrix}$

4 令矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 $A^T A$ 的秩數(rank)為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5 令矩陣 $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -9 & 9 \\ 3 & 0 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ 。下列何者不是 X 的特徵值(eigenvalue)？

- (A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -4

6 下列函數何者可以執行線性轉換？

- (A) $T(x, y) = \langle x - y, \sin(x - y) \rangle$ (B) $T(x, y, u, v, w) = \langle u - v - w, w + u, z, 0, 1 \rangle$
(C) $T(x, y) = \langle x - y, x + y, 2xy, 2y, x - 2y \rangle$ (D) $T(x, y, w) = \langle 4y - 2x, y + 3x, 0, 0 \rangle$

7 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，則矩陣函數 e^A 的像空間(image space)維度為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8 考慮初始值問題 $\frac{dy}{dx} + x^2 y = \cos(\pi x)$, $y(1) = 1$ 。若 $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 為此微分方程式的級數解，則係數 a_2 為何值？

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) $+\frac{\pi^2}{2}$

- 9 李卡地方程式(Riccati equation) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x}y^2 + \frac{1}{x}y - \frac{6}{x}$ 可利用下列何種公式轉換為以 u 為未知數的線性微分方程式？
- (A) $y = -3 + \frac{1}{u}$ (B) $y = 3 + \frac{1}{u}$ (C) $y = -5 + \frac{1}{u}$ (D) $y = 5 + \frac{1}{u}$
- 10 一微分方程式 $y'' - 2y' = 6e^{2x} - 4e^{-2x}$ 的起始條件分別為 $y(0) = -1$ 及 $y'(0) = 6$ ，其解為 $y(x) = ae^{2x} + bxe^{2x} + ce^{-2x} + d$ ，試問下列何者不正確？
- (A) $a = -1$ (B) $b = 3$ (C) $c = -\frac{1}{2}$ (D) $d = -\frac{3}{2}$
- 11 令 $f(t) = \cos(\pi t)\delta(t-1)$ ，其中 $\delta(t)$ 為脈衝函數(impulse function)， $f(t)$ 的拉氏轉換(Laplace transform)為何？
- (A) $-e^{-s}$ (B) e^{-s} (C) $-e^s$ (D) 0
- 12 某函數 $f(t) = Ae^{-t}\cos(2t) + Be^{-t}\sin(2t)$ ，對應的拉氏轉換為 $F(s) = \frac{2s+5}{s^2+as+b}$ ， A, B, a, b 為實數。 $\frac{a}{b}$ 為何值？
- (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 0.4
- 13 一微分方程式 $y'' + 4y = f(t)$ ，其中 $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 4 \\ 3 & \text{for } t \geq 4 \end{cases}$ ，其起始條件分別為 $y(0) = 1$ 及 $y'(0) = 0$ ，其解為 $y(t) = \cos(at) + b(c - \cos(d(t-4)))H(t-4)$ ，其中 $H(t)$ 是 Heaviside 或 unit step 函數，試問下列何者不正確？
- (A) $a = 2$ (B) $b = \frac{3}{2}$ (C) $c = 1$ (D) $d = 2$
- 14 一函數 $f(t) = 5[H(t-3) - H(t-11)]$ ，其中 $H(t)$ 是 Heaviside 或 unit step 函數，其傅立葉轉換(Fourier Transform)為 $F(\omega) = \frac{a}{b\omega}e^{-ic\omega}\sin(d\omega)$ ，試問下列何者不正確？
- (A) $a = 10$ (B) $b = 1$ (C) $c = -7$ (D) $d = 4$
- 15 給定一複變函數(complex function) $f(z) = \frac{z+i}{\sin(z)}$ ，則此函數在 $z=0$ 的殘餘數(residue)為何？
- (A) 0 (B) 1 (C) $-i$ (D) i
- 16 考慮複變函數 $f(z) = \frac{\sin(z)}{z^2(z^2+1)}$ ，若 C 為逆時針方向繞圓周 $|z-0.5i|=1$ 的路徑。則線積分 $\oint_C f(z)dz$ 為下列何值？
- (A) $2\pi i - \pi \sin(i)$ (B) $-2\pi i + \pi \sin(i)$ (C) $2\pi i$ (D) $-2\pi i$
- 17 找出複變函數級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2i}{5+i}\right)^n (z+3-4i)^n$ 的收斂半徑。
- (A) $\sqrt{26}$ (B) $\frac{\sqrt{26}}{2}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

測驗式試題標準答案

考試名稱：110年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、國家安全局國家安全情報人員考試及
110年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：5703）

單選題數：20題 單選每題配分：2.50分

複選題數： 複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	B	B	B	B	D	C	C	B	A

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	A	D	B	C	D	A	B	A	C	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：