

考試別：調查人員

等別：三等考試

類科組：電子科學組

科目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、求解 $y'' + 4y' + 4y = f(t)$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$, $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq t < 2 \\ 0, & \text{for } t \geq 2 \end{cases}$. (20分)

$$\left(y' \equiv \frac{dy}{dt}, y'' \equiv \frac{d^2y}{dt^2} \right)$$

二、設線性轉換 (linear transformation) $T: R^3 \rightarrow R^3$ 表示如下：

$$T(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + x_2, -2x_1 - 4x_2 + 3x_3, 5x_1 + 4x_2 - 2x_3).$$

(一)求 T 之逆轉換 (inverse of T): $T^{-1}(x_1, x_2, x_3)$. (15分)

(二)求 $T^{-1}(1, 1, 0)$. (5分)

三、試求 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 4\cos(\theta)} d\theta$ 之值。(20分)

四、設隨機變數 (random variables) X 和 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為：

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} A(x+y) & 0 < x \leq 1 \text{ and } 0 < y \leq 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}.$$

試求：(每小題 10 分，共 20 分)

(一) A 之值。

(二) $X + Y \leq 1$ 之機率： $P\{X + Y \leq 1\}$ 。

五、求 $\int_C x^2 dx - 2y z dy + z dz$ ，其中 C 係由起點 $(1, 1, 1)$ 至終點 $(4, 4, 4)$ 所定義之直線線段。
(20分)