

臺灣警察專科學校 109 學年度專科警員班 39 期正期學生組新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：\_\_\_\_\_

1. 設  $a, b$  為實數滿足  $a > b$ ，且  $a + b = 3$ ， $ab = 1$ ，則  $a - b$  的值為何？  
(A) 7 (B) 5 (C)  $\sqrt{7}$  (D)  $\sqrt{5}$ 。
2. 設  $x$  為實數，若不等式  $\left|5 - \frac{2}{x}\right| < 3$  的解為  $a < x < b$ ，則  $a + b$  的值為何？  
(A) 1 (B)  $\frac{5}{4}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $\frac{7}{4}$ 。
3. 若  $108^{109} = a \times 108^{108} + 108^{107}$ ，則  $\frac{a}{107}$  的值為何？  
(A)  $\frac{108}{107}$  (B)  $\frac{109}{108}$  (C)  $\frac{107}{108}$  (D)  $\frac{108}{109}$ 。
4. 令對數  $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ， $\log 7 = c$ ，則  $10^{2a+b+c}$  的值為何？  
(A) 42 (B) 56 (C) 70 (D) 84。
5. 設  $k$  為實數，平面上一直線  $L$  的方程式為  $y = kx + 2k + 3$ ，則  $L$  恆過的定點為何？  
(A)  $(-2, 3)$  (B)  $(2, 3)$  (C)  $(2, -3)$  (D)  $(-2, -3)$ 。
6. 設直線  $L$  與  $3x - 4y = 7$  垂直，且與平面座標軸在第一象限所圍成之三角形面積為 6，則  $L$  的方程式為何？  
(A)  $4x + 3y = -12$  (B)  $4x - 3y = 12$  (C)  $4x + 3y = 12$  (D)  $4x - 3y = -12$ 。
7. 設  $k < 0$ ，若方程式  $x^2 + y^2 + 2kx - 4y + 2k - 2 = 0$  表示座標平面上半徑為 3 的圓，則  $k$  值為何？  
(A) -3 (B) -4 (C) -1 (D) -2。
8. 已知實係數方程式  $x^3 + x^2 - x + 15 = 0$  有一虛根為  $1 + 2i$ ，試求此方程式的實根為何？  
(A) 1 (B) 3 (C) -1 (D) -3。
9. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x - \frac{1}{2}$  的商式為  $q(x)$ ，餘式為  $r$ 。則  $f(x)$  除以  $2x - 1$  的餘式為何？  
(A)  $\frac{1}{2}r$  (B)  $r$  (C)  $2r$  (D) 以上皆非。
10. 試求  $7^5 - 6 \times 7^4 + 2 \times 7^3 - 64 \times 7^2 + 3 \times 7 - 22$  的值為何？  
(A) -30 (B) -40 (C) -50 (D) -60。
11. 已知一次函數  $f(x)$  滿足  $f(8) = 3^8$ ， $f(k) = 3^9$ ， $f(10) = 3^{10}$ ，則  $k = ?$   
(A) 9 (B)  $\frac{17}{2}$  (C) 8 (D)  $\frac{15}{2}$ 。
12. 對於所有正整數  $n$ ，若  $2^{3n+2} + 3$  恆為質數  $P$  的倍數，則  $P$  值為何？  
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11。

13. 人類的大拇指自指尖到腕骨是由三塊骨頭所組成。令從指尖到腕骨的這三塊骨頭的長度分別為  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 。據統計，當  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  是等比數列且滿足  $a_3 = a_1 + a_2$  時，大拇指的型態被認為是最完美。求完美大拇指之三塊骨頭長度的公比  $\frac{a_2}{a_1}$  為何？
- (A)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$                       (B)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$                       (C)  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$                       (D)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 。
14. 甲乙兩人比賽五子棋，約定每局比賽必分出勝負，但因乙是新手，約定只要甲勝 3 局前，乙能勝 2 局就算乙贏，否則算甲贏(即甲在乙勝 2 局前取得 3 勝)。則比賽共有多少種可能的情形？
- (A) 10                              (B) 11                              (C) 12                              (D) 13。
15. 阿華規劃一週七天晚上的其中三天讀數學，兩天讀英文，一天讀國文，剩一天晚上好好休息不讀書，則他每週晚上的安排方式有多少種？
- (A) 60                              (B) 120                              (C) 210                              (D) 420。
16. 將九次多項式  $(x-1)^9$  展開，哪一項的係數最大？
- (A)  $x^3$                               (B)  $x^4$                               (C)  $x^5$                               (D)  $x^6$ 。
17. 若  $243 \leq 2 \times C_1^n + 4 \times C_2^n + 8 \times C_3^n + \dots + 2^n \times C_n^n < 729$ ，則正整數  $n$  的值為何？
- (A) 5                              (B) 6                              (C) 7                              (D) 8。
18. 一組數據共有 50 筆資料，其中每一筆都只能是 0 或者 1。若已知該組資料的標準差為 0.48 且 0 的個數比 1 的個數少，則資料裡的 1 共有多少個？
- (A) 16                              (B) 18                              (C) 32                              (D) 34。
19. 一批 6 個燈泡中有 2 個不良品，小華隨機買 3 個燈泡，買到不良品個數的期望值為何？
- (A)  $\frac{1}{3}$                               (B)  $\frac{1}{2}$                               (C)  $\frac{2}{3}$                               (D) 1。
20. 已知一等腰三角形頂角為  $100^\circ$ ，底長為 2，則下列何者是底邊上的高？
- (A)  $\tan 40^\circ$                       (B)  $\frac{1}{\tan 40^\circ}$                       (C)  $\sin 40^\circ$                       (D)  $\cos 40^\circ$ 。
21. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示  $\triangle ABC$  的三邊長，且滿足  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ ，若  $\triangle ABC$  的周長為 18，則  $\triangle ABC$  的面積為何？
- (A)  $9\sqrt{3}$                       (B)  $12\sqrt{3}$                       (C)  $15\sqrt{3}$                       (D) 條件不足，無法判斷。
22. 若點  $P(\sin \theta, \tan \theta)$  位於第二象限，則  $\theta$  為哪一個象限角？
- (A) 第一象限                      (B) 第二象限                      (C) 第三象限                      (D) 第四象限。
23. 已知  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 3$ ，下列哪個  $\angle A$  能使  $\triangle ABC$  的面積最小？
- (A)  $\angle A = 78^\circ$                       (B)  $\angle A = 96^\circ$                       (C)  $\angle A = 120^\circ$                       (D)  $\angle A = 132^\circ$ 。
24.  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 7$  且  $\angle A = 60^\circ$ ，則所有可能的  $\overline{CA}$  長度之和為多少？
- (A) 3                              (B) 5                              (C) 8                              (D) 13。

25. 設  $x, y$  為實數，求  $x^2 + y^2 + (x - 2y + 6)^2$  的最小值為何？  
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 36。
26. 平面上四點  $A(1, -2)$ ， $B(3, 1)$ ， $C(0, -1)$ ， $D(6, -2)$ ，若向量  $\overline{AD} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ ， $x, y$  為實數，求  $y = ?$   
 (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1。
27. 設實係數二階方陣  $A$  滿足  $A \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，若  $A \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $a + b + c + d = ?$   
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。
28. 設方程式  $\begin{bmatrix} 3+a & 4 \\ 2 & 1+a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  有無限多組解，則  $a$  的值為何？  
 (A) -1 (B) 1 (C) 5 (D) -5。
29. 座標平面上給兩定點  $A(5, 2)$ ， $B(2, 0)$ ，點  $P$  在拋物線  $y^2 = 8x$  上，則  $\overline{PA} + \overline{PB}$  的最小值為何？  
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
30. 座標平面上的橢圓  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{2} = 1$  上有幾個點與原點的距離正好是整數值？  
 (A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 關於根式的運算，下列敘述哪些是正確的？  
 (A)  $2 + \sqrt{3}$  是無理數  
 (B)  $\sqrt{7 + \sqrt{48}} = 2 + \sqrt{3}$   
 (C)  $2 + \sqrt{3}$  的小數部分是  $2 - \sqrt{3}$   
 (D) 若  $2 + \sqrt{3}$  的小數部分是  $x$ ，則  $x^2 + 4x = 2\sqrt{3}$   
 (E)  $\sqrt{2 + \sqrt{3}} < 2$ 。
32. 設  $a = 2^{0.2}$ ， $b = 4^{0.05}$ ，則下列選項哪些是正確的？  
 (A)  $a = 2b$  (B)  $a = b^2$  (C)  $a + b = 2^{0.3}$  (D)  $a \times b = 2^{0.3}$  (E)  $\frac{a}{b} = 2^{0.1}$ 。
33. 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率分別為  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ ，並假設  $m_1 > m_2 > m_3$ ，則下列選項哪些必定正確？  
 (A)  $m_1 \times m_2 = -1$  (B)  $m_1 \times m_3 = -1$  (C)  $m_1 > 0$  (D)  $m_2 \leq 0$  (E)  $m_3 < 0$ 。

34. 下列哪些選項中的語句符合邏輯中「敘述」的概念？（註：有些版本會將「敘述」稱為「命題」。）
- (A) 「我體重超過 100 公斤」是敘述  
 (B) 「現在沒有下雨」是敘述  
 (C) 「 $\pi < 3$ 」是正確的敘述  
 (D) 「2 是質數且 3 是偶數」是正確的敘述  
 (E) 「 $3 \geq 2$ 」是正確的敘述。
35. 設  $(a, b)$  是三次函數  $y = (x-2)^3$  圖形上一點，則下列哪些點必定也在此函數圖形上？
- (A)  $(b, a)$       (B)  $(4-a, -b)$       (C)  $(2, 0)$       (D)  $(a-2, a^3)$       (E)  $(-b, -a)$ 。
36. 下列哪些關於  $x$  的不等式無實數解？
- (A)  $x^2 + x + 1 < 0$       (B)  $x^2 + 3x - 1 > 0$       (C)  $x^2 - 2x + 3 \leq 0$       (D)  $-x^2 + 4x - 4 \geq 0$       (E)  $-x^2 - 2x + 3 > 0$ 。
37. 所有的三位數中，下列哪些計數是正確的？
- (A) 共有 999 個  
 (B) 數字全相異的共有 648 個  
 (C) 數字 2 恰出現 1 個的有 225 個  
 (D) 數字 2 至少出現 1 個的有 252 個  
 (E) 數字 3 至少出現 2 個的有 27 個。
38. 已知兩組變量  $x$  與變量  $y$ ，若算術平均數  $\mu_x = 5$ ， $\mu_y = 6$ ，標準差為  $\sigma_x = 3$ ， $\sigma_y = 2$ ，且相關係數為 0.75，則下列哪些點也會在  $y$  對  $x$  的迴歸直線上？
- (A)  $(1, 2)$       (B)  $(3, 5)$       (C)  $(6, 5)$       (D)  $(8, 7)$       (E)  $(9, 8)$ 。
39. 下列有關級數的敘述，哪些正確？
- (A)  $\sum_{k=1}^{109} 109 = 109^2$       (B)  $\sum_{k=1}^{109} k = \frac{108 \times 109}{2}$       (C)  $\sum_{k=3}^{109} 2^k = \frac{8(2^{106} - 1)}{2 - 1}$       (D)  $\sum_{k=2}^{109} k^3 = \sum_{t=1}^{108} (t+1)^3$       (E)  $\sum_{k=1}^{109} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{108}{109}$ 。
40. 已知  $a, b, c, d$  為實數，平面上向量  $(a, b)$  與  $(c, d)$  所張成的三角形面積，與下列哪些選項必定相等？
- (A) 向量  $(b, d)$  與向量  $(a, c)$  張成的三角形面積  
 (B) 向量  $(b, a)$  與向量  $(c, d)$  張成的三角形面積  
 (C) 向量  $\left(2a, \frac{b}{3}\right)$  與向量  $(18c, 3d)$  張成的三角形面積  
 (D) 向量  $(a+b, a-b)$  與向量  $(c+d, c-d)$  張成的三角形面積  
 (E) 向量  $(a+2b, b)$  與向量  $(c+2d, d)$  張成的三角形面積。

臺灣警察專科學校 109 學年度專科警員班  
第 39 期正期學生組新生入學考試

科目：數學(乙組)

一、單選題

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	D	B	B	D	A	C	C	D	B	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	B	C	A	A	D	C	B	C	D	A

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案	A	C	D	C	A	B	D	B	C	A

一、多重選擇題

題號	第 31 題	第 32 題	第 33 題	第 34 題	第 35 題
答案	ABDE	BDE	CE	ABE	BC

題號	第 36 題	第 37 題	第 38 題	第 39 題	第 40 題
答案	AC	BCDE	BE	AD	AE