

109年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：統計
科 目：迴歸分析
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、下表為2019年不動產經營業依據實價交易總金額、房仲店數，及平均每店全年傭收資料。 X_3 之定義為：若該縣市非為直轄市定義為0，若該縣市為直轄市定義為1。

縣市	X_1	Y	X_2	X_3
	房仲店數	交易總金額(億)	平均每店全年傭收(萬)	直轄市
臺南市	437	2601	1666	1
新北市	1167	6750	1620	1
高雄市	704	3906	1533	1
桃園市	904	4806	1489	1
新竹縣市	411	1815	1236	0
彰雲投	457	1970	1207	0
臺中市	1323	5523	1169	1
臺北市	1375	5306	1081	1
其他縣市	850	2859	942	0

以交易總金額為反應變數，得到下列迴歸估計結果：

模型		估計值	標準誤	s	R^2
A	截距項	482.770	747.674	869	0.783
	X_1	4.089	0.813		
B	截距項	2024.181	3391.482	1823	0.045
	X_2	1.450	2.514		
C	截距項	2214.667	718.778	1245	0.555
	X_3	2600.667	880.320		
D	截距項	-4006.893	727.336	323.1	0.974
	X_1	4.586	0.311		
	X_2	3.066	0.459		
E	截距項	411.784	599.364	695.6	
	X_1	3.148	0.777		
	X_3	1302.549	586.997		
F	截距項	4766.304	2455.545	1229	0.628
	X_2	-2.261	2.083		
	X_3	3274.570	1068.252		
G	截距項	-6603.893	671.369	156.3	0.995
	X_1	5.774	0.302		
	X_2	4.885	0.458		
	X_3	-1235.952	272.105		

- 表中 s 為迴歸誤差之標準差的估計值。以顯著水準為0.05，回答下列問題：
- (一)檢定各模型中 X_2 之係數顯著性，並比較其結果。(16分)
 - (二)分別解釋並比較模型C與G中 X_3 之係數估計值的意義。(5分)
 - (三)寫出模型D的變異數分析表 (analysis of variance table)，並檢定其迴歸係數是否皆等於0。(10分)
 - (四)計算模型E的 R^2 。(6分)
 - (五)若以向前選取 (forward selection) 方法，請詳述選取變數的程序及最終會選到那些變數。(15分)
 - (六)若以向後剔除 (backward elimination) 方法，請詳述選取變數的程序及最終會選到那些變數。(8分)

二、若隨機變數 (X, Y) 為二維常態分配，且 X 之均數為 μ_x 、變異數為 σ_x^2 ， Y 之均數為 μ_y 、變異數為 σ_y^2 ， X 與 Y 之相關係數為 ρ 。

(一)在給定 $X = x_i$ 的情況下， Y 之條件分配亦為常態分配，證明其均數為：

$$\mu_{y|x} = \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x_i - \mu_x), i=1,2,\dots,n$$

變異數表達為 $\sigma_{y|x}^2 = \sigma_y^2 (1 - \rho^2)$ ， n 為觀測值個數。(12分)

(二)若將上述的結果表達為解釋變數 X 及反應變數 Y 之簡單線性迴歸模型如下：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i, i=1,2,\dots,n$$

ϵ_i 為隨機誤差；亦即

$$Y_i | X_i = x_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$$

請將 β_0 、 β_1 及 σ^2 重新以 μ_x 、 σ_x^2 、 μ_y 、 σ_y^2 與 ρ 等符號表達之。(6分)

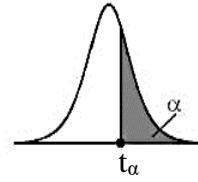
(三)寫出 ϵ_i 的分配。(4分)

(四)證明 $\sigma_y^2 \geq \sigma^2$ 。並說明在何種的狀況下 $\sigma_y^2 = \sigma^2$ 。(8分)

(五)若 r_{XY} 為變數 X 與 Y 之樣本相關係數， R^2 為該迴歸模型之判定係數 (coefficient of determination)，證明 $r_{XY}^2 = R^2$ 。(10分)

附表一

Percentage Points of the t Distribution; $t_{\nu, \alpha}$
 $P(T > t_{\nu, \alpha}) = \alpha$



ν	α													
	0.40	0.30	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.0075	0.005	0.0025	0.0005
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318
13	0.259	0.538	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.850
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373
∞	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291

附表二

F - Distribution ($\alpha = 0.05$ in the Right Tail)

df ₂	df ₁	Numerator Degrees of Freedom								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Denominator Degrees of Freedom	1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385
	3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123
	4	7.7086	9.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	6.9988
	5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725
	6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990
	7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767
	8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881
	9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789
	10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204
	11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962
	12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964
	13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144
	14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458
	15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876
	16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377
	17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943
	18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563
	19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227
	20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928
	21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4876	2.4205	2.3660
	22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419
	23	4.2793	3.4221	3.0280	2.7955	2.6400	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201
	24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002
	25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.6030	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821
	26	4.2252	3.3690	2.9752	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655
	27	4.2100	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501
	28	4.1960	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.2360
	29	4.1830	3.3277	2.9340	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2783	2.2229
	30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107
40	4.0847	3.2317	2.8387	2.6060	2.4495	2.3359	2.2490	2.1802	2.1240	
60	4.0012	3.1504	2.7581	2.5252	2.3683	2.2541	2.1665	2.0970	2.0401	
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4472	2.2899	2.1750	2.0868	2.0164	1.9588	
∞	3.8415	2.9957	2.6049	2.3719	2.2141	2.0986	2.0096	1.9384	1.8799	