

類 科：醫學工程、電力工程、電子工程、電信工程
科 目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
- (二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
- (三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、求 $y'' - \frac{4}{x}y' + \frac{4}{x^2}y = x^2 + x$ ，for $x > 0$ ，的通解 (general solution)。(10分)

二、求 $3H(2-t)$ 的拉普拉斯轉換 (Laplace transform)，其中 $H(t)$ 定義為：

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 & \text{if } t \geq 0 \end{cases} \text{。 (5分)}$$

三、若 $i^{i+i} = a + ib$ ，求 a 及 b 。(5分)

四、讓 $\mathbf{u} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ 及 $\mathbf{v} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ ，其中 \hat{i} 、 \hat{j} 及 \hat{k} 為單位向量，則 \mathbf{u} 向 \mathbf{v} 投影的長度為何？(5分)

五、 x 為一連續隨機變數，其密度函數 f 為 $f(x) = ae^{-x}$ ，其中 a 為一常數， $0 \leq x < \infty$ 。求機率 $P(1 \leq x \leq 2) = ?$ (5分)

六、 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

- (一)求 A 的行列式值 (determinant)。(5分)
- (二)求 A 所有特徵值 (eigenvalues) 及其對應之特徵向量 (eigenvectors)。(10分)
- (三)求 A 的零空間 (null space)。(5分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：2374

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
- (二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 下列何者為以(1,2,2),(0,1,-2),(1,4,1),(2,5,5)為頂點之平行四邊形的面積？

- (A)144 (B) $\sqrt{144}$ (C) $\sqrt{86}$ (D)86

2 設平面 $S_1: x+2y-2z=3$ 、平面 $S_2: 2x+4y-4z=7$ ，則平面 S_1 與平面 S_2 之最短距離為何？

- (A) 1/6 (B) 1 (C) 2 (D) 4

3 設 A 為 4×4 的矩陣，若 A 的行列值 $\det(A) = -2$ ，則 $\det(-2A)$ 之值為何？

- (A) 4 (B) -4 (C) 32 (D) -32

4 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ 之反矩陣 $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ ，求 $a+e+i = ?$

- (A) 0 (B) -1 (C) $-\frac{9}{4}$ (D) $\frac{9}{4}$

5 若轉換函式 $T: R^2 \rightarrow R^2$ 可表示為 $T(x, y) = (2x+y, 3x+4y)$ ，則其逆轉換 $T^{-1}(5, 6)$ 為何？

- (A) (14/5, -3/5) (B) (16, 39) (C) (1/16, 1/39) (D) (39, 16)

6 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ， D 為對角矩陣且 $D = X^{-1}AX$ ，求方陣 X ：

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

7 下列何者是 $1+i$ 的四次方根？

- (A) $2^{1/8} \left(\cos\left(\frac{\pi}{16}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{16}\right) \right)$ (B) $2^{1/8} \left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \right)$

- (C) $2^{1/4} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right)$ (D) $2^{1/4} \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$

8 在複數空間 $z = x + iy$ ，化簡 $\left(\frac{\overline{6-2i}}{1-i} \right)$ ：(其中 $\overline{f(z)}$ 為對複數函數 $f(z)$ 取共軛複數 (complex conjugate)

以及 $i = \sqrt{-1}$ 。)

- (A) $4 + 2i$ (B) $-4 + 2i$ (C) $4 - 2i$ (D) $-4 - 2i$

9 求複數積分 $\oint_C \frac{ie^z dz}{(z-1+i)^2} = ?$ (其中積分路徑 C 為 $|z-1|=5$ 之逆時針方向圓周。)

- (A) $2\pi e(\cos 1 + i \sin 1)$ (B) $-2\pi e(\cos 1 - i \sin 1)$ (C) $\pi e(\cos 1 + i \sin 1)$ (D) $-\pi e(\cos 1 - \sin 1)$

10 下列複數級數何者為發散？(其中 $i = \sqrt{-1}$ 。)

- (A) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{2^n}$ (B) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n!}$ (C) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{i+1}{\sqrt{2}} \right)^n$ (D) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+in(-1)^n}{(n+1)^2}$

11 求解微分方程式 $\frac{d^2 y}{dx^2} + 1.25 \frac{dy}{dx} - 0.875y = 0$ ：

- (A) $y = c_1 e^{0.5x} + c_2 e^{1.75x}$ (B) $y = c_1 e^{0.5x} + c_2 e^{-1.75x}$ (C) $y = c_1 e^{3.5x} + c_2 e^{0.25x}$ (D) $y = c_1 e^{3.5x} + c_2 e^{-0.25x}$

- 12 $3x^2 + xy^\alpha - x^2y^{\alpha-1}y' = 0$ 為正合 (exact)，則 $\alpha = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1
- 13 求微分方程式 $y^{(4)} + 4y^{(3)} + 7y^{(2)} + 6y^{(1)} + 2y = 0$ 的通解：(其中 $y^{(n)} \equiv \frac{d^n y}{dx^n}$ 。)
 (A) $c_1e^{-x} + c_2xe^{-x} + c_3x^2e^{-x} + c_4x^3e^{-x}$ (B) $c_1e^{-x} + c_2xe^{-x} + c_3e^x \cos x + c_4e^x \sin x$
 (C) $c_1e^{-x} + c_2xe^{-x} + c_3e^{-x} \cos x + c_4e^{-x} \sin x$ (D) $c_1e^{-x} + c_2xe^{-x} + c_3 \cosh x + c_4 \sinh x$
- 14 將 Bessel equation $x^2y'' + xy' + (k^2x^2 - \nu^2)y = 0$ (其中 ν, k 為常數) 化成 Sturm-Liouville 之形式為 $\frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{dy}{dx} \right] + (\lambda \omega(x) + q(x))y = 0$ ，下列何者正確？
 (A) $p(x) = x^2$ (B) $p(x) = \frac{x^2}{2} + x$ (C) $p(x) = x$ (D) $p(x) = x^{\frac{1}{2}}$
- 15 利用拉氏轉換求 $\int_0^\infty t \cos(t)e^{-2t} dt = ?$
 (A) $\frac{4}{25}$ (B) $\frac{3}{25}$ (C) $\frac{3}{23}$ (D) $\frac{2}{25}$
- 16 下列何者為 $Y(s) = \frac{e^{-2s}}{s(s^2 + 4)}$ 之反拉普拉斯轉換 (inverse Laplace transform)？(其中 $u(t)$ 為單位步階函數 (unit step function)。))
 (A) $y(t) = \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \sin 2(t-2) \right] u(t-2)$ (B) $y(t) = \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \sin 2(t-2) \right] u(t-2)$
 (C) $y(t) = \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos 2(t-2) \right] u(t-2)$ (D) $y(t) = \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos 2(t-2) \right] u(t-2)$
- 17 一週期函數 $f(x) = 1 + \sin^2 2x$ ，則其傅立葉級數 (Fourier series) 為：
 (A) $f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \sin 4x$ (B) $f(x) = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin 2x$ (C) $f(x) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cos 4x$ (D) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cos 2x$
- 18 若 A、B 是機率不為零且互為獨立的事件，則下列何者不一定成立？
 (A) $P[A \cap B] = P[A]P[B]$ (B) $P[A \cap \bar{B}] = P[A]P[\bar{B}]$
 (C) $P[A|B] = P[A|\bar{B}]$ (D) $P[A \cup B] = P[A] + P[B]$
- 19 設 X 為一連續隨機變數，其機率密度函數為 $f(x) = \begin{cases} C(4x - 2x^2) & 0 < x < 2 \\ 0 & elsewhere \end{cases}$ ，則其 C 值為多少？
 (A) 1/2 (B) 1/4 (C) 3/8 (D) 5/8
- 20 假設一隨機變數 X ，其動量產生函數 (moment-generating function) 為 $M_X(t) = e^{(t+2t^2)}$ ；試問此隨機變數 X 的期望值 (mean) 為何？
 (A) 0 (B) 0.5 (C) 1 (D) 2

測驗題標準答案更正

考試名稱：109年公務人員高等考試三級考試暨普通考試

類科名稱：醫學工程、電力工程、電子工程、電信工程

科目名稱：工程數學

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：答案標註#者，表該題有更正答案，其更正內容詳見備註。

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	A	D	C	A	#	A	C	B	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	B	A	C	C	B	C	C	D	C	C

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：第6題答A或C或AC者均給分。