臺灣警察專科學校107學年度專科警員班37期正期學生組新生入學考試**甲組數學科**試題

壹、單選題：（一）30題，題號自第1題至第30題，每題2分，計60分。

（二）未作答者不給分，答錯者不倒扣。

（三）請將正確答案以2B鉛筆劃記於答案卡內。　　准考證號：＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 設a,b為實數，若不等式$|ax+4|\le b$之解為$-1\le x\le 5$，則$b-a=$？
(A) -4　(B) 2　(C) 4　(D) 8。

2. 二次函數$f(x)=ax^2+bx+7$。已知當$x=3$時，$f(x)$有極小值-11，則$a+b=$？
(A) -12　(B) -10　(C) -6　(D) 0。

3. 下列選項中，去掉哪一個點後，其他三個點會在同一條直線上？
(A) $(-1,2)$　(B) $(2,1)$　(C) $(8,0)$　(D) $(11,-2)$。

4. 計算$\log_4(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}})=$？
(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $\frac{1}{4}$　(D) $\frac{1}{5}$。

5. 下列各數何者最小？
(A) $\sqrt[6]{4}$　(B) $(\frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$　(C) $\frac{4\times 2^{\frac{1}{2}}}{8}$　(D) $\sqrt{2\sqrt[3]{4}}$。

6. 已知等差數列$\langle a_n\rangle$中的每一項皆為實數，且公差為負。若已知$|a_8|=|a_{15}|$，則當n為多少時，此數列之前n項和S_n有最大值？
(A) 9　(B) 10　(C) 11　(D) 12。

7. 經多年臨床的統計數據知，某項傳染病的快篩檢查之可靠性如下：「患有此病的人能被正確檢驗出的機率為0.9；不患此病卻被誤檢為病人的機率為0.05。」現在對某地區的居民進行此項檢查，並對檢驗報告為陽性（患病）的人進行後續的追蹤治療，結果發現其中只有$\frac{54}{71}$的人是真的患有此疾病！由此可推估，該地區被此傳染病感染的人占全體居民的比重為？
(A) 0.05　(B) 0.1　(C) 0.15　(D) 0.2。

8. 若數列$\langle a_1,a_2,\cdots,a_k,\cdots,a_{10}\rangle$中的每一項皆為1或$-1$，則$a_1+a_2+\cdots+a_k+\cdots+a_{10}$之值有多少種可能？
(A) 10　(B) 11　(C) P_2^{10}　(D) 2^{10}。

9. 將30顆乒乓球分裝到甲、乙、丙三個盒子中，規定不能有空盒，且甲、乙兩個盒子裡都須裝奇數顆球，則所有符合條件的分裝方法有幾種？
(A) 105　(B) 120　(C) 153　(D) 378。

10. 同時擲三顆不公正的骰子，若已知其點數x,y,z為偶數的機率依序為$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$，則$xy+z$為奇數的機率為？
(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{3}{5}$　(C) $\frac{2}{3}$　(D) $\frac{3}{4}$。

11. 設實數x_1,x_2,x_3,x_4,x_5的算術平均數為3、標準差為4，則$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2=$？
(A) 120　(B) 125　(C) 130　(D) 135。

12. 某次數學競試，因為出題老師出手過重，所以全年級1200位同學的平均成績只有32分，連第一名的同學也只考了56分。為了避免在同學心中留下陰影，老師決定將每位同學的原始成績先乘以$\frac{5}{4}$倍再加上20分。令變量x,y分別表示同學的原始成績與調整後的成績，r表示變量x與y的相關係數，則下列何者正確？
(A) $0.3\le r<0.5$　(B) $0.5\le r<0.7$　(C) $0.7\le r<1$　(D) $r=1$。

13. 若 $a=\sin 2$，則下列何者正確？

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}<a<-\frac{\sqrt{2}}{2}$　(B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}<a<-\frac{1}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}<a<\frac{\sqrt{3}}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}<a<1$。

14. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$。若以 a,b,c 分別代表 $\angle A,\angle B,\angle C$ 的對邊長，則 $(\frac{2b}{a+c})^2=$？

(A) $\frac{4}{3}$　(B) 1　(C) $\frac{3}{4}$　(D) $\frac{2}{3}$。

15. 直線 $L:ax+by+c=0$，下列哪一個條件使 L 不通過第二象限？

(A) $a=0,\ bc<0$　(B) $ac<0,\ bc<0$　(C) $ab>0,\ ac<0$　(D) $ab<0,\ bc>0$。

16. 圓 $C:x^2+y^2-4x+2y-8=0$，若 L 為過圓 C 上一點 $A(4,2)$ 的切線，則 L 通過下列哪一點？

(A) $(1,4)$　(B) $(2,3)$　(C) $(3,2)$　(D) $(4,3)$。

17. 向量 $(2,-1)$ 與下列哪一個向量之夾角最小？

(A) $(\sqrt{2},1)$　(B) $(1,\sqrt{2})$　(C) $(-1,\sqrt{2})$　(D) $(-\sqrt{2},1)$。

18. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=3$，則 $\begin{vmatrix} -a+3b & 2a+4b \\ -c+3d & 2c+4d \end{vmatrix}$ 之值為？

(A) -45　(B) -30　(C) 30　(D) 60。

19. 已知空間中一點 P 與三坐標平面等距離，且 P 到 x 軸的距離是 2，則 P 與原點之距離為？

(A) $\sqrt{2}$　(B) 2　(C) $\sqrt{6}$　(D) $2\sqrt{2}$。

20. 設 a,b 皆為正實數，則 $(a+2b)(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})$ 之最小值為？

(A) 9　(B) 8　(C) 7　(D) 6。

21. 已知空間中三點 $A(1,-1,2)$，$B(2,3,1)$，$C(4,3,2)$，則 $\triangle ABC$ 的面積最接近下列何者？

(A) 4　(B) 5　(C) 9　(D) 10。

22. 已知點 $A(1,2,3)$，$B(3,2,1)$，平面 $E:x-2y+2z=k$。若 A,B 位在平面 E 之異側，且「A 到平面 E 的距離」大於「B 到平面 E 的距離」，則 k 可為下列何值？

(A) 0　(B) 1　(C) $\frac{3}{2}$　(D) 2。

23. 假設空間中兩相異平面 E_1，E_2 皆通過 $(5,2,0)$ 與 $(4,3,8)$ 兩點，試問以下哪一個點不會同時在 E_1 與 E_2 上？

(A) $(6,1,-8)$　(B) $(2,5,24)$　(C) $(7,0,-16)$　(D) $(0,7,-40)$。

24. 設 $B=\begin{bmatrix} 1 & x \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$，若 B^2 的反矩陣不存在，則實數 $x=$？

(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{1}{4}$　(C) $\frac{1}{5}$　(D) $\frac{1}{6}$。

25. 在一伯努利試驗中，每次試驗成功的機率為 p。若重複此試驗 n 次，且每次試驗的結果皆是獨立的，則下列哪一敘述是〝錯誤〞的？

(A) 此 n 次均成功的機率為 p^n　(B) 其中至少成功 1 次的機率為 $1-(1-p)^n$

(C) 恰 r 次成功的機率為 $C_r^n p^r$　(D) 獲得成功次數的期望值為 np(次)。

26. 設 $f(\theta)=2\cos\theta-\sqrt{5}\sin\theta+1$ 的最大值為 x、最小值為 y，則 $x-2y$ 之值為？

(A) 6　(B) 8　(C) 9　(D) 11。

27. 計算 $\frac{(\cos 4^\circ+i\sin 4^\circ)^{10}\times(\cos 5^\circ+i\sin 5^\circ)^6}{(\cos 2^\circ-i\sin 2^\circ)^{10}}=$？

(A) -1　(B) 1　(C) $-i$　(D) i。

28. 計算 $\lim_{n\to\infty}(\frac{n}{3}-\frac{1^2+2^2+\cdots+n^2}{n^2})=$？

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $-\frac{1}{2}$　(D) $-\frac{3}{2}$。

29. 若 $f(\frac{2x-1}{x+1})=3x-2$，則 $f(1)=$？

(A) 4　(B) 1　(C) -2　(D) -5。

30. 計算 $\lim_{x\to 3}\frac{|5-2x|-|x-2|}{|x-5|-|3x-7|}=$？

(A) 不存在　(B) $\frac{1}{4}$　(C) 0　(D) $-\frac{1}{4}$。

貳、多重選擇題：（一）共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

（二）每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

（三）請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列敘述哪些是正確的？

(A) 已知 n 為正整數，若有理數 $\frac{n}{5250}$ 可以化為有限小數，則 n 必為 21 的倍數

(B) 若 a,b 為實數且 $a+b$ 為有理數、ab 為無理數，則 $a-b$ 必為無理數

(C) 若 a,b 為實數且 a^2-b^2，$a+b$ 皆為有理數，則 $a-b$ 必為有理數

(D) 若 a^3，a^5 皆為有理數，則 a^{2018} 必為有理數

(E) 若 a,b,c,d 為實數且滿足 $a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2}$，則 $a=c$ 且 $b=d$。

32. 若 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 為三次實係數多項式，且 $3+\sqrt{3}i$ 為方程式 $f(x)=0$ 的一根。若將 $f(x)=0$ 的三個根與原點在複數平面（高斯平面）上形成四點共圓（此圓為 C），則下列敘述何者正確？

(A) $3-\sqrt{3}i$ 是 $f(x)=0$ 的一根

(B) 圓 C 的面積為 4π

(C) $f(x)=0$ 恰有一個整數解

(D) $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 3

(E) $a+b+c$ 為 3 的倍數。

33. 已知正整數 a 之最高位數字為 5，且 $\log a$ 之首數為 n、尾數為 b，則下列哪些敘述是正確的？

(A) a^2 為 $(2n+1)$ 位數

(B) $\log a^2$ 之尾數小於 0.6

(C) $\log(\frac{1}{a})$ 之首數為 $-n$

(D) $\frac{1}{a}$ 從小數點後第 $(n+1)$ 位開始出現不為 0 的數字

(E) $\frac{1}{a}$ 小數點後第一個不為 0 的數字小於 3。

34. 若 $\triangle ABC$ 中，$\angle A,\angle B,\angle C$ 的對邊長分別為 a,b,c，下列哪些條件可以決定唯一的三角形？

(A) $a=3$，$b=2$，$\angle C=30^\circ$

(B) $\angle B=60^\circ$，$b=1.5$，$c=2$

(C) $\angle A=47^\circ$，$\angle B=78^\circ$，$\angle C=55^\circ$

(D) $a=2$，$b=3$，$c=5$

(E) $\angle B=60^\circ$，$b=2.5$，$c=2$。

35. 下列關於數列與級數的敘述，何者正確？

(A) 若$\langle a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_{10}\rangle$為等差數列，則$\langle a_1+a_2,\ a_3+a_4,\ \cdots,\ a_9+a_{10}\rangle$亦為等差數列

(B) $\log x,\ \log x^2,\ \cdots,\ \log x^k,\ \cdots$ 為無窮等比數列 $(x\in R^+)$

(C) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}3^{x+k}$ 為無窮等比級數 $(x\in R)$

(D) 承(C)，若$x=-1$，則此無窮級數之和為$\frac{1}{4}$

(E) $\lim_{n\to\infty}(\overbrace{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\ \cdots\ +\frac{1}{n}}^{3n\text{個}})=\overbrace{\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\cdots+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}}^{3n\text{個}}=\overbrace{0+0+\ \cdots\ +0}^{3n\text{個}})=0$。

36. 設A,B,C為樣本空間S中的三個事件，下列選項何者正確？

(A) 若A,B皆非空事件且$A=B'$，則A,B為獨立事件

(B) 若$A\neq\varnothing$，則〝$P(B\mid A)=P(B)\ \Leftrightarrow\ A,B$為獨立事件〞

(C) 若A,B,C為獨立事件，則$P(A\mid B\cap C)=P(A\mid B)$

(D) 若A,B為獨立且互斥事件，則A,B中至少有一事件為空事件

(E) 若A,B,C兩兩互為獨立事件，則A,B,C三事件為獨立事件。

37. 下列有關空間中的敘述，哪些是正確的？

(A) 空間中三相異直線L_1,L_2,L_3，若$L_1\perp L_2$且$L_2\perp L_3$，則$L_1\perp L_3$

(B) 空間中，不在同一平面的兩相異直線必為歪斜線

(C) 兩條歪斜線在一平面上的正射影必為相交兩直線

(D) 若直線L與平面E上的兩相異直線L_1,L_2皆垂直，則$L\perp E$

(E) 已知平面E,F交於直線L，若L垂直於另一平面G，則E,F皆垂直平面G。

38. 已知二階方陣A,B皆為轉移矩陣，請判斷下列敘述哪些是正確的？

(A) A,B必可逆

(B) 若$AB=I$（單位方陣），則$BA=I$

(C) A^2亦為轉移矩陣

(D) 對任意的正實數m,n，$(\frac{m}{m+n}A+\frac{n}{m+n}B)$亦為轉移矩陣

(E) AB，BA皆為轉移矩陣，且$(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$。

39. 已知一枚不均勻的硬幣出現正面的機率為p。若以P_k表示重複擲此硬幣10次，其中恰好出現k次正面的機率，且經計算得 $P_{10}=1024\times P_0$，則下列敘述哪些是正確的？

(A) $p=\frac{2}{3}$

(B) $P_0,P_1,P_2,\ \cdots,P_{10}$ 的平均值是$\frac{2}{3}$

(C) $P_0,P_1,P_2,\cdots\cdots,P_{10}$ 中的最大值是P_6

(D) $P_6>P_4$

(E) 在連續擲出9次反面後，第10次投擲此硬幣擲出正面的機率為P_1。

40. 試問下列各函數之週期何者與$y=\tan x$之週期相同？

(A) $y=\sin x$

(B) $y=\cos x$

(C) $y=\cot x$

(D) $y=\sin 2x$

(E) $y=\sin\frac{x}{2}$。