

臺灣警察專科學校 108 學年度專科警員班第 38 期正期學生組新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

- 滿足 $||x-3|-3|\leq 2$ 的正整數 x 有多少個？
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
- 設 $a=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $b=\sqrt{7}+2$, $c=\sqrt{6}+\sqrt{5}$, 則 a, b, c 的大小關係為何？
(A) $a>c>b$ (B) $a>b>c$ (C) $c>a>b$ (D) $c>b>a$ 。
- 多項式 $(2x-1)^{10}+(x+10)^9-x+1$ 除以 $3(x-1)^{10}$ 所得的商式為何？
(A) $\frac{1024}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{3^{10}}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ 。
- 設 $f(x)$ 為實係數多項式且 $f(-1+i)=108+i$, 其中 $i=\sqrt{-1}$. 則 $f(-1-i)$ 的值為何？
(A) $-108+i$ (B) $108-i$ (C) $-108-i$ (D) $108+i$ 。
- 設 x, y 為相異正實數且皆不為 1, 若 $\log_x y+2\log_y x=3$ 且 $xy=64$, 則 $x+y$ 的值為？
(A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 28。
- 設 $3^x=64$, $4^y=27$, 則實數 xy 的值為何？
(A) 1 (B) 4 (C) 9 (D) 16。
- 若一個各項均為正數的等比數列，其任一項都等於它後面兩項的和，則此等比數列的公比為何？
(A) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (B) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。
- 已知一等差數列共有 10 項，且知其奇數項的和為 15, 偶數項的和為 75, 則此數列的公差為何？
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15。
- 從甲、乙、丙、丁、戊 5 人中選出 3 人擔任不同的班級幹部，則共有多少種方法？
(A) 10 (B) 60 (C) 120 (D) 125。
- 將 2 個老師及 6 個學生分成 2 組，分別安排到南北兩所學校參加數學競賽，若每一組由 1 個老師及 3 個學生組成，則共有多少種不同的安排方案？
(A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 160。
- 甲袋中有相同的 4 個球，編號 1 號到 4 號；乙袋也有相同的 4 個球，編號 1 號到 4 號。今從兩袋中各取 1 球，兩球的號碼恰好相同的機率為何？
(A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。
- 已知全校有 52% 是女生，且男生中戴眼鏡者占 35%，女生中戴眼鏡者占 30%。若已知某人戴眼鏡，則此人是女生的機率為何？
(A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{12}{23}$ (D) $\frac{13}{27}$ 。

13. 甲乙丙三人射擊同一靶，設甲乙丙射擊的命中率分別為 $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, p$ ，且三人命中靶面的事件為獨立事件。若三人中只有丙打中的機率為 $\frac{1}{4}$ ，則 p 的值為何？
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。
14. 某教師作一實驗重複 100 次得到 100 個長度數據，下列選項何者正確？
- (A) 若改用不同的長度單位，則標準差還是不變
 (B) 若測得的數據有不同，其標準差必為正數
 (C) 若實驗次數增加，則變異數必定越來越小
 (D) 若實驗次數增加，則標準差必定與次數成反比。
15. 已知數據 X 的算術平均數為 $\mu_x = 3$ ，標準差為 $S_x = 2$ ；數據 Y 的算術平均數為 $\mu_y = 4$ ，標準差為 $S_y = 4$ ，且 Y 對 X 的回歸直線通過點 $(6, 10)$ ，求 X 與 Y 的相關係數為何？
- (A) 1 (B) 0.8 (C) 0.6 (D) 0.5。
16. 設 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{25}{12}$ ，且 $\sin \theta < 0$ ，則 $\sin \theta + \cos \theta$ 的值為何？
- (A) $\frac{7}{5}$ (B) $-\frac{7}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{1}{5}$ 。
17. 設三角形 ABC 之外接圓半徑為 $\frac{7}{\sqrt{3}}$ ，其中 $\cos A = \frac{1}{7}$ ， $\cos B = \frac{11}{14}$ ，則三角形 ABC 面積為何？
- (A) 10 (B) $10\sqrt{2}$ (C) $10\sqrt{3}$ (D) $10\sqrt{6}$ 。
18. 在三角形 ABC 中， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 5$ ， D 為邊 \overline{BC} 上的一點滿足 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則 \overline{AB} 為何？
- (A) $\sqrt{35}$ (B) 6 (C) $\sqrt{37}$ (D) $\sqrt{38}$ 。
19. 一直線 $y = ax + b$ 通過第一、二、三象限，則座標 (a, b) 在第幾象限？
- (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四。
20. 設 $A(-a, -7)$ 與 $B(-3, -5)$ 為座標平面上兩點， θ 為直線 \overline{AB} 與 x 軸正向的交角。若 $\tan \theta = -2$ ，則實數 a 為何？
- (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2。
21. 在正三角形 ABC 中， D 是 \overline{BC} 上的點，若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BD} = 1$ ，則內積 $\overline{AC} \cdot \overline{AD}$ 的值為何？
- (A) 3 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 6 (D) $\frac{15}{2}$ 。
22. 在平面上，已知點 P 及三角形 ABC 滿足向量 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = \vec{0}$ 。若 $\overline{AB} + \overline{AC} = k\overline{AP}$ ，則實數 k 的值為何？
- (A) 2 (B) 3 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。
23. 設平面上向量 $\overline{OA} = (5, 12)$ ， $\overline{OB} = (-4, 3)$ ， $\overline{OP} = \frac{15}{13}\overline{OA} + r\overline{OB}$ ，若射線 \overline{OP} 平分銳角 $\angle AOB$ ，則實數 r 的值為何？
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

24. 設向量 $\vec{a}=(2,1,1)$, $\vec{b}=(x,2,-4)$, 且 \vec{a}, \vec{b} 的夾角為 120° , 則實數 x 的值為何?
 (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4。
25. 已知向量 $\vec{a}=(1,1,1)$, $\vec{b}=(1,2,3)$. 若 $\vec{c}=t\vec{a}+\vec{b}$, 則當 $|\vec{c}|$ 的最小值發生時, 實數 t 的值為何?
 (A) -2 (B) 2 (C) -3 (D) 3。
26. 若 k 為實數, 且兩平面 $E_1:2x+y=-5$ 與 $E_2:x-ky+2z=6$ 垂直, 則原點到平面 E_1, E_2 的距離之比為何?
 (A) 2:1 (B) $\sqrt{5}:1$ (C) 3:2 (D) $\sqrt{5}:2$ 。
27. 設平面 E 上有兩向量 $\vec{a}=(-1,-1,5)$, $\vec{b}=(-4,1,2)$, 則下列何者為平面 E 的一個法向量?
 (A) $(-7,18,5)$ (B) $(7,-18,5)$ (C) $(7,18,-5)$ (D) $(7,18,5)$ 。
28. 設 A 是二階方陣, $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 若 $A^2 - 5A + 6I_2 = O$, 則下列何者是 $5I_2 - A$ 的乘法反方陣?
 (A) $\frac{1}{6}A$ (B) $\frac{1}{5}A$ (C) $A - 5I_2$ (D) $A + 5I_2$ 。
29. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ 的行列式值 $\det(A) = 1$, 則行列式 $\det(A - A^{-1})$ 的值為何?
 (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4。
30. 設拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 的焦點為 F , P 為 Γ 上的動點, $A(4, -2)$. 求 $\overline{PA} + \overline{PF}$ 的最小值為何?
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題, 題號自第 31 題至第 40 題, 每題 4 分, 計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的, 每題皆不倒扣, 5 個選項全部答對得該題全部分數, 只錯 1 個選項可得一半分數, 錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列選項中的數, 哪些是無理數?

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{169}$ (C) $\frac{4\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{48}}$ (E) π 。

32. 下列各數哪些為正?

- (A) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$ (B) $\log_4 9 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}$ (C) $\log_2 \sqrt{3}$ (D) $1 - \log_3 2$ (E) $(8!)^9 - (9!)^8$ 。

33. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 且已知 $S_n = 5n^2 + 2n - 6$, 則下列哪些敘述是正確的?

- (A) $a_1 = 1$ (B) $a_2 = 18$ (C) $a_n = S_n - S_{n-1}, n \geq 1$ (D) $\langle a_n \rangle$ 是等差數列 (E) $a_{10} = 97$ 。

34. 擲一枚均勻硬幣 5 次, 令 A 表示有連續三次的投擲中恰好出現「反面、反面、正面」的事件, B 表示有連續三次的投擲中恰好出現「反面、正面、正面」的事件, 選出正確的選項。

(A) $P(A) = \frac{3}{8}$ (B) $P(A) = P(B)$ (C) $P(A \cap B) = 0$ (D) $P(B|A) = \frac{1}{6}$ (E) $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ 。

35. 設 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 且 $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ ，則下列哪些選項正確？

(A) $\cos \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $\sin(\pi + \theta) = -\frac{1}{3}$ (C) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{1}{3}$ (D) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (E) $\tan(\pi + \theta) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

36. 下列哪些方程式在座標平面上表示一個半徑大於零的圓？

(A) $x^2 + y^2 = 1$

(B) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = -1$

(C) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$

(D) $(x-9)(x+3) + (y+2)(y-4) = 0$

(E) $\begin{cases} x = 1 + 3\cos \theta \\ y = 2 + 3\sin \theta \end{cases}, 0 \leq \theta < 2\pi$ 。

37. 設 x, y, z 為實數且滿足 $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ ，若 $x - y + 2z$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，選出正確的選項。

(A) $M = 6$

(B) $m = -4$

(C) $M + m = 2$

(D) $M = 6$ 時， $(x, y, z) = (1, -1, 2)$

(E) $m = -4$ 時， $(x, y, z) = (-1, 1, -1)$ 。

38. 空間中兩個非零向量 $\vec{a} = (2, 1, -1)$ ， $\vec{b} = (1, 2, 0)$ ，請選出正確的選項。

(A) $\vec{a} \times \vec{b} = (-2, 1, -3)$

(B) $\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$

(C) \vec{a} 平行 $\vec{a} \times \vec{b}$

(D) $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

(E) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \sin \theta$ ，其中 θ 為 \vec{a}, \vec{b} 之夾角。

39. 設 A, B, C 均為二階方陣，則關於矩陣的運算性質，請選出正確的選項。

(A) 若 $AB = AC$ 且 A 不是零矩陣，則 $B = C$

(B) 若 $AB = O$ (零矩陣)，則 $A = O$ 或 $B = O$

(C) $(AB)C = A(BC)$

(D) $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

(E) $(A+B) \times C = AC + BC$ 。

40. 設一雙曲線的中心點在原點，貫軸平行 x 軸。若 $(3, 6)$ 是雙曲線上的一點，則下列哪些點也在雙曲線上？

(A) $(6, 3)$

(B) $(3, -6)$

(C) $(-3, 6)$

(D) $(-3, -6)$

(E) $(-6, -3)$ 。