

109年公務人員普通考試試題

代號：41950
44450
頁次：7-1

類 科：經建行政、交通技術

科 目：統計學概要

考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、下列是關於條件機率、常態分配及隨機變數之期望值的問題：

- (一)假定在一跟肺部有關疾病流行期間，共有3種可能型：A型、B型及C型的肺部疾病。其中染病病人得病機率分別是得A型肺部疾病機率為0.6、B型肺部疾病機率為0.3，而C型肺部疾病機率為0.1。這三型肺部相關疾病皆可能有發燒及咳嗽的症狀，其中A型病人中20%有發燒症狀，B型病人中60%有發燒症狀，而C型病人中80%有發燒症狀；而且50%的A型病人有咳嗽症狀，35%的B型病人有咳嗽症狀，25%的C型病人有咳嗽症狀。現有一染病病人有發燒症狀，請分別算出此病人得這三型肺部疾病的機率並決定這病人最可能得那一型的肺部疾病。(5分)
- (二)某一大型家電公司其某款售出產品之可用時間服從一平均值為 μ (年)且變異數為2.25 (年²)的常態分配。已知此產品可用超過5年的機率為0.025，請算出 μ 的值及此產品可用時間不超過6個月的機率。(5分)
- (三)一家口罩廠商得到一筆從某政局不穩定國家所下總值5千萬元的訂單，給定有0.7的機率此廠商可收到此5千萬元訂單付款，有0.15的機率僅可收到3千萬元付款，有0.1的機率僅可收到1千萬元付款，有0.05的機率收不到任何付款。為保險起見，此廠商投保某一意外險，並先支付1千萬元保費，承保之保險公司將支付此公司應收款項不足的任何差額。如果隨機變數 X 代表此口罩廠商最終在此投保所花費或賺到的金額。請算出 X 的期望值 $E(X)$ 。(5分)

二、下列是關於資料集中趨勢、分散趨勢及相對位置之統計量的問題：

- (一)某公司欲由其A分公司及B分公司所推薦之兩人擇一來晉升主管職位。這兩家分公司員工績效成績資訊如下：

	A分公司	B分公司
績效成績84分在該分公司之z分數	0.5	3
績效成績72分在該分公司之z分數	-2.5	-1
該推薦員工在其所在分公司之績效成績	90	82.5

人事主管決定用z分數 (z score) 來決定晉升人選，請問是那一家分公司推薦的員工得以晉升並說明原因。(5分)

- (二)一組樣本數為10且以華氏溫標為單位之溫度資料 x_1, \dots, x_{10} ，其重要資訊如下：

第30百分位數 (30th percentile)	平均值	四分位距 (interquartile range)	變異數	變異係數 (coefficient of variation)
74.3	81.5	16.2	76.5	0.11

若以攝氏溫標為單位，即資料為 $y_i = \frac{5}{9}(x_i - 32)$, $i = 1, \dots, 10$ ，請算出關於攝氏溫標資料 y_1, \dots, y_{10} 的5個統計量：第30百分位數、平均值、四分位距、變異數及變異係數。(10分)

- (三)一組資料其頻率分布圖呈現鐘形分布，利用經驗法則 (empirical rule) 可得知區間 $[12, 22]$ 包含大約此組資料的95%資料。請利用經驗法則得到包含大約此組資料的68%資料之區間。(5分)

三、一公司利用簡單線性迴歸模式來建立其銷售額 (Y) 與所進行的廣告次數 (X) 之間的關係。給定下列10組資料 $(y_1, x_1), \dots, (y_{10}, x_{10})$ ，其中 y_i 為第 i 個月之銷售額，而 x_i 為第 i 個月所進行的廣告次數，根據所得之資訊：10筆銷售額資料 y_1, \dots, y_{10} 其平均值為130而變異數為1748，10筆廣告次數資料 x_1, \dots, x_{10} 其平均值為14，此外，銷售額資料 y_1, \dots, y_{10} 與廣告次數資料 x_1, \dots, x_{10} 其共變異數為316，利用最小平方法 (least squares method) 所得估計迴歸關係式為 $Y = 60 + 5X$ 。

- (一)若第3個月的銷售額為 $y_3 = 88$ 而所進行的廣告次數為 $x_3 = 8$ ，試算出此月銷售額的配適值 (fitted value) 及殘差值 (residual)。(5分)
- (二)算出判定係數 (coefficient of determination) R^2 及銷售額資料 y_1, \dots, y_{10} 與廣告次數資料 x_1, \dots, x_{10} 的相關係數。(5分)
- (三)在顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，利用 t 檢定法檢定是否廣告次數會影響銷售額，即檢定迴歸之線性關係式的斜率是否為0。(5分)

四、下列是關於母體比率其估計量之抽樣分配及母體平均之檢定的問題：

- (一)欲判斷某生產線每日平均產量 μ 是否不少於一定數量，對此生產線隨機取得16筆日產量資料且此16筆日產量資料其標準差為3。利用此組樣本及 t 檢定法檢定此生產線每日平均產量 μ 是否不少於70，即檢定 $H_0: \mu \geq 70$ 對 $H_1: \mu < 70$ ，所得之 p 值（ p value）為0.01。在顯著水準 $\alpha = 0.1$ ，請利用此組樣本及 t 檢定法檢定每日平均產量 μ 是否不少於69，即檢定 $H_0: \mu \geq 69$ 對 $H_1: \mu < 69$ 。（10分）
- (二)針對母體比率 p ， $p \leq 0.5$ ，利用樣本數為1600之隨機樣本所得之樣本比率統計量 \bar{P} 來估計 p ，可得抽樣誤差 $|\bar{P} - p|$ 在0.015內的機率約為0.8664。請算出 p 的可能值及當樣本數為2500時， \bar{P} 大於0.22的機率。（10分）
- (三)欲比較A廠牌儀器的平均壽命 μ_1 與B廠牌儀器的平均壽命 μ_2 之差異。隨機抽樣7台A廠牌儀器，此7台A廠牌儀器壽命平均值為10，而隨機抽樣9台B廠牌儀器，此9台B廠牌儀器壽命平均值亦為10。這16台儀器之壽命變異數為4。在顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，請利用 t 檢定法檢定 $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 2$ 對 $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 2$ 。（10分）

五、欲比較三種不同品牌的電池其平均壽命是否一致，每種品牌電池各隨機抽測5顆電池並記錄其壽命。這三組樣本其壽命的平均值分別為3、4.5及3.6，而其壽命的標準差分別為1.5、1及1.5。在顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，請利用單因子變異數分析法（one-way ANOVA）來檢定這三種品牌電池平均壽命是否一致，即檢定：

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ 對 $H_1: \mu_1, \mu_2$ 及 μ_3 並不完全相等。

其中 μ_1, μ_2 及 μ_3 分別是這三種品牌電池的平均壽命。（10分）

六、欲調查某種家電產品市場是否由四家廠商平均瓜分，即使用此四家廠商之人數比率 p_1, p_2, p_3 及 p_4 皆為0.25。一組隨機樣本其樣本數為 n 之問卷結果其資訊如下：

使用家電廠商A人數比率為27%，使用家電廠商B人數比率為25%，使用家電廠商C人數比率為26%，使用家電廠商D人數比率為22%。根據上述問卷結果，利用卡方檢定（chi-squared test）來檢定市場是否由此四家廠商平均瓜分，即檢定：

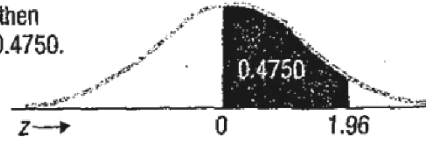
$H_0: p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0.25$ 對 $H_1: \text{並非 } p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0.25$ 。

在顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，結果為拒絕 H_0 。試求出 n 最小可能值。（已知 n 為100的倍數）（10分）

附表一

Areas under the Normal Curve

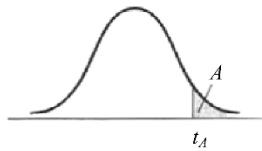
Example:
If $z = 1.96$, then
 $P(0 \text{ to } z) = 0.4750$.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

附表二

Critical Values of the Student t Distribution



Degrees of Freedom	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
85	1.292	1.663	1.988	2.371	2.635
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
95	1.291	1.661	1.985	2.366	2.629
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
110	1.289	1.659	1.982	2.361	2.621
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
130	1.288	1.657	1.978	2.355	2.614
140	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
150	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609
160	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607
170	1.287	1.654	1.974	2.348	2.605
180	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603
190	1.286	1.653	1.973	2.346	2.602
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

附表三

Critical Values of the F Distribution
at a 5 Percent Level of Significance



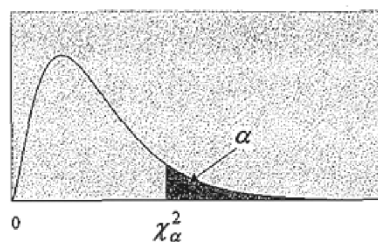
Degrees of Freedom for the Denominator

	Degrees of Freedom for the Numerator															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39

附表四

卡方分配臨界值表

$$P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha$$



d.f.	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.900}$	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$
1	0.0000393	0.0009821	0.0039322	0.0157907	2.705541	3.841455	5.023903	6.634891
2	0.0100247	0.0506357	0.1025862	0.2107208	4.605176	5.991476	7.377779	9.210351
3	0.0717235	0.2157949	0.3518460	0.5843755	6.251394	7.814725	9.348404	11.3449
4	0.206984	0.484419	0.710724	1.063624	7.779434	9.487728	11.1433	13.2767
5	0.411751	0.831209	1.145477	1.610309	9.236349	11.0705	12.8325	15.0863
6	0.675733	1.237342	1.635380	2.204130	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119
7	0.989251	1.689864	2.167349	2.833105	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753
8	1.344403	2.179725	2.732633	3.489537	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902
9	1.734911	2.700389	3.325115	4.168156	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660
10	2.155845	3.246963	3.940295	4.865178	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093
11	2.603202	3.815742	4.574809	5.577788	17.2750	19.6752	21.9200	24.7250
12	3.073785	4.403778	5.226028	6.303796	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170
13	3.565042	5.008738	5.891861	7.041500	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882
14	4.074659	5.628724	6.570632	7.789538	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412
15	4.600874	6.262123	7.260935	8.546753	22.3071	24.9958	27.4884	30.5780
16	5.142164	6.907664	7.961639	9.312235	23.5418	26.2962	28.8453	31.9999
17	5.697274	7.564179	8.671754	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087
18	6.264766	8.230737	9.390448	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8052
19	6.843923	8.906514	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908
20	7.433811	9.590772	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5663
21	8.033602	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322
22	8.642681	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9245	36.7807	40.2894
23	9.260383	11.6885	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6383
24	9.886199	12.4011	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798
25	10.5196	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3140
26	11.1602	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9231	45.6416
27	11.8077	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9628
28	12.4613	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3372	44.4608	48.2782
29	13.1211	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5569	45.7223	49.5878
30	13.7867	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922
40	20.7066	24.4331	26.5093	29.0505	51.8050	55.7585	59.3417	63.6908
50	27.9908	32.3574	34.7642	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1538
60	35.5344	40.4817	43.1880	46.4589	74.3970	79.0820	83.2977	88.3794
80	51.1719	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.879	106.629	112.329
100	67.3275	74.2219	77.9294	82.3581	118.498	124.342	129.561	135.807