

考試別：一般警察人員考試

等別：三等考試

類科別：消防警察人員

科目：微積分

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、定義函數 $F(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^{t^2+xt} dt$ 。試求 $F'(0)$ 之值。(10分)

(註：須在使用處說明所使用的定理或法則的名稱。)

二、試求適當的實數 a 和 b 滿足下列極限等式。(15分)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{x^3} + \frac{a}{x^2} + \frac{\sin bx}{x} \right) = 0$$

(註：須在使用處說明所使用的定理或法則的名稱。)

三、試求橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ 與直線 $x + y = 6$ 的(最短)距離。(15分)

四、試求曲線線段 $y = \frac{x^3}{12} + \frac{1}{x}$ ， $1 \leq x \leq 4$ 的長度。(15分)

五、導出下列遞迴公式：

$$(一) \int \cos^n x dx = \frac{\cos^{n-1} x \sin x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx, n \geq 2. \quad (9 \text{ 分})$$

(註：只有導出此遞迴公式才給分。)

$$(二) \text{並求 } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx \text{ 之值。} \quad (6 \text{ 分})$$

(註：可直接用上列遞迴公式求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx$ 之值。)

六、定義區域 R 為曲線 $y = x^2 + 1$ 和線 $y = 2x + 1$ 所包圍的區域。讓區域 R 圍繞 x 軸旋轉，生成空間一實體 D 。使用圓盤法 (disk method) 求出實體 D 的體積。(15分)(註：限使用圓盤法才給分。)

七、考慮弧線 $y = \sqrt{4 - x^2}$ ， $-1 \leq x \leq 1$ 。試求將這個弧線圍繞 x 軸旋轉而獲得的旋轉曲面之面積。(15分)