

大學入學考試中心
109學年度指定科目考試試題（補考）

物理考科

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

第一部分：選擇題（占 80 分）

一、單選題（占 60 分）

說明：第1題至第20題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇題答案區」。各題答對者，得3分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列有關物質波的敘述何者正確？
 - (A) 運動中的基本粒子不具有物質波的性質
 - (B) 棒球以150公里／小時的速率運動，其物質波的性質顯著且易於觀察
 - (C) 電子是帶電粒子，電子束穿透金屬晶格的實驗中，由於庫侖靜電力的作用，雖然得到電子的繞射圖案，但未必能證明電子具有波的性質
 - (D) 物質波的性質僅存在於不帶電的粒子；例如，中子是不帶電的粒子，由中子照射晶體的實驗，才能顯現物質波的性質
 - (E) 以適當能量的單電子通過雙狹縫，觀察雙狹縫後方屏幕，每次電子在屏幕上留下一個亮點，重複多次相同實驗，在屏幕上累積留下的亮點可形成亮暗條紋
2. 某生彈奏吉他時，覺得吉他音調不準，於是轉動吉他調音旋鈕，將第二根弦稍微拉緊。若弦的兩固定端距離不變，此調音動作對第二根弦產生的物理效應為何？
 - (A) 使第二根弦上駐波的波長變小
 - (B) 使第二根弦上駐波的頻率變大
 - (C) 使第二根弦上駐波的波速變小
 - (D) 使第二根弦上駐波的振幅變大
 - (E) 使第二根弦上駐波和音箱的共鳴程度增大
3. 鎿-99m ($Tc-99m$ ，m代表亞穩態同位素) 是目前最廣泛使用的核醫藥物，可用於甲狀腺、副甲狀腺、骨骼、心肌、腦部等掃描檢查。鎿-99m可先由鈾核分裂獲得鉬-99 ($Mo-99$)，鉬-99再衰變成鎿-99m，其過程為： $^{99}_{42}Mo \rightarrow ^{99m}_{43}Tc + X + \bar{\nu}$ ($\bar{\nu}$ 為不帶電荷且質量非常小或近乎零的反微中子)，如圖1所示，接著將鎿-99m取出，並由注射或口服等方法送入人體內，在特定器官或組織發生衰變，其過程為： $^{99m}_{43}Tc \rightarrow ^{99}_{43}Tc + \gamma$ ，釋放出 γ 射線作為檢測分析的訊號。下列有關此核醫藥物的敘述何者正確？
 - (A) γ 射線為能量高於紫外線之電子
 - (B) γ 射線為能量高於紫外線之中子
 - (C) 在鉬-99 進行放射性衰變成鎿-99m 時，X代表 β 粒子
 - (D) 在鉬-99 進行放射性衰變成鎿-99m 時，X代表 α 粒子
 - (E) 在鉬-99 進行放射性衰變成鎿-99m 時，X代表 γ 粒子
4. 有一紅光雷射發射波長為 $6.3 \times 10^{-7} m$ 的雷射光，其輸出功率為 5.0 mW ；另有一藍光雷射發射波長為 $4.5 \times 10^{-7} m$ 的雷射光，其輸出功率為 15 mW 。試問藍光雷射每秒發射的光子數目，約為紅光雷射的多少倍？
 - (A) 4.2
 - (B) 3
 - (C) 2.1
 - (D) 0.47
 - (E) 0.24

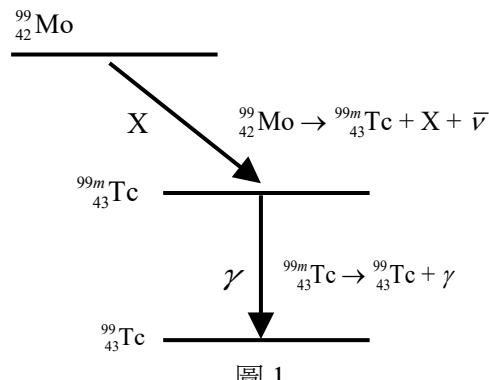
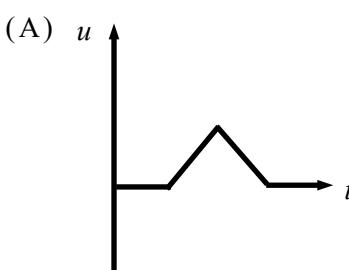
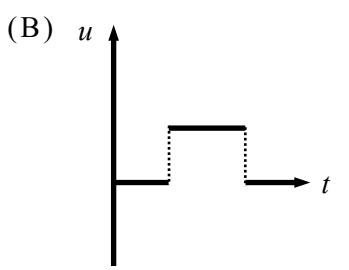
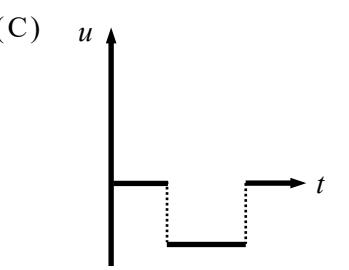
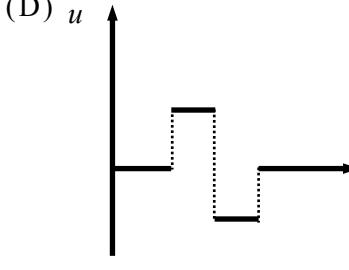
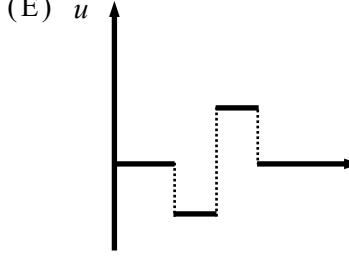


圖 1

5. 一力常數為 1.00 N/m 的彈簧，一端固定在牆上，另一端連結質量為 1.00 kg 的質點，且質點在光滑水平面上作一維簡諧運動，以 x 代表質點偏離平衡點（彈簧自然長度）的位移， $x > 0$ 表示彈簧被拉長， $x < 0$ 表示彈簧被壓縮。在時間 $t = 0\text{s}$ 時，質點朝彈簧伸長的方向運動速率不為零，且位移 $x = 0.02\text{ m}$ 。若運動過程中力學能守恆，則時間 $t = \pi\text{s}$ 時，下列有關質點運動的敘述何者正確？
- (A) 朝彈簧壓縮的方向運動，且 $x = -0.02\text{ m}$
 - (B) 朝彈簧壓縮的方向運動，且 $x = 0.02\text{ m}$
 - (C) 質點回到平衡點，且開始被壓縮
 - (D) 質點回到平衡點，且開始被拉長
 - (E) 質點動量和時間 $t = 0\text{s}$ 時的動量一樣
6. 某生質量 50.0 kg ，從一個 10.0 m 長的溜滑梯斜面滑下，此斜面頂端與底部之間的垂直高度差為 6.0 m 。若該生下滑時所受的動摩擦力保持不變，且溜滑梯斜面與該生間之動摩擦係數為 0.25 ，則該生沿斜面下滑的加速度量值為多少？（取重力加速度為 10 m/s^2 ）
- (A) 1.0 m/s^2
 - (B) 2.0 m/s^2
 - (C) 4.0 m/s^2
 - (D) 6.0 m/s^2
 - (E) 8.0 m/s^2
7. 若低空運行的人造衛星，其軌道半徑可視為地球半徑，則該人造衛星的週期最接近下列何者？（取地球半徑 $R = 6.4 \times 10^3\text{ km}$ 、重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$ ）
- (A) 60 s
 - (B) 84 s
 - (C) 6 min
 - (D) 60 min
 - (E) 84 min
8. 如圖2所示，令此時 $t = 0$ ，繩上的三角形脈衝波以波速 v 向 $+x$ 傳播，當脈衝波通過繩上P點時，若P點之速度為 u ，且以向上的方向為正，則速度 u 與時間 t 的關係示意圖最接近下列何者？
- 
- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 
- (E) 
9. 材質與半徑完全相同的兩金屬球分別帶有電量 Q 及 $\frac{1}{2}Q$ ，兩球間的距離遠大於其半徑，且兩球間的靜電作用力為 F 。今將兩球接觸後再將它們放回原來位置，假設過程中兩球上的總電荷守恆，則兩球間的靜電作用力變為若干？
- (A) $\frac{3}{2}F$
 - (B) $\frac{9}{8}F$
 - (C) $\frac{5}{4}F$
 - (D) $\frac{3}{4}F$
 - (E) $\frac{7}{8}F$

10. 老師講解惠司同電橋測量未知電阻的實驗，在黑板繪出電路圖，如圖3所示，其中G為檢流計， R_1 及 R_2 為已知的固定電阻， R_x 為待測電阻。同學操作實驗時，選擇適當的電阻 R_3 ，使電橋平衡，並得到檢流計顯示為0的讀值，且能獲得正確待測電阻值： $R_x = R_3 (R_2 / R_1)$ 。另一位同學操作實驗時，原來電阻 R_1 、 R_2 、 R_3 及 R_x 都不變，僅將電路中檢流計和電池的位置互換，引起同組同學討論，同學所提出的下列意見何者正確？
- (A) 若互換 R_1 及 R_2 位置，可保持檢流計顯示為0的讀值
 (B) 若互換 R_1 及 R_3 位置，可保持檢流計顯示為0的讀值
 (C) 若互換 R_x 及 R_3 位置，可保持檢流計顯示為0的讀值
 (D) 雖然檢流計和電池的位置互換，仍可使電橋平衡，且能獲得待測電阻值為 $R_x = R_3 (R_2 / R_1)$
 (E) 將電阻 R_x 及 R_3 互換，同時也將 R_1 及 R_2 互換，無法使電橋平衡，所以不能獲得待測電阻值

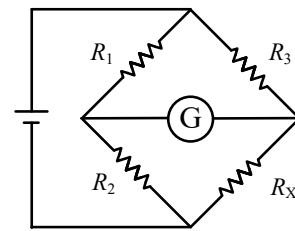


圖 3

11-12 題為題組

火鍋店通常使用電磁爐加熱火鍋及其內的湯及食材。現有一平底火鍋置於電磁爐上，其鍋底和鍋壁均由耐高溫絕緣材料製成，但鍋底安置了如圖4所示之5圈同心導電圓環。當電磁爐接通交流電源後，會產生垂直於鍋底方向、隨時間變化的磁場，並且在同心導電圓環上產生應電流。平底火鍋的導電圓環所用材料之單位長度的電阻 $R_0 = 0.5 \Omega / m$ ，從中心向外數第n個同心導電圓環的半徑 $r_n = (2n-1)r_1$ ($n=1 \sim 5$)，其中 $r_1 = 1.0 \text{ cm}$ 。若已知該磁場時變率為 $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 100 \sin \omega t \text{ V/m}^2$ ， ω 為交流電源的角頻率， t 為時間，回答下列問題。

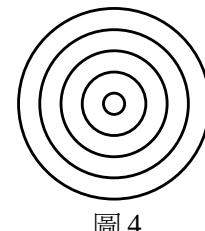


圖 4

11. 半徑為 r_4 的導電圓環中應電流的最大值是多少A？
- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 3 (E) 1
12. 第n圈導電圓環產生熱量的功率 P_n 與半徑 r_n 的關係為 $P_n \propto r_n^a$ ，則 a 為何？
- (A) 1 (B) 3/2 (C) 2 (D) 5/2 (E) 3
13. 考慮如圖5的線路，右邊是質量為 m 而長度為 l 的金屬棒，可以在導線上滑動形成導通的迴路，且滑動時摩擦力可忽略不計。將整個迴路放置於量值為 B 、方向為射入紙面（以×表示）的均勻磁場中，除了電阻 R 外，假設此迴路其餘部分的電阻皆可忽略。如果金屬棒有一初速 v ，則經過一段特定時間 $t = 0.69\tau$ 之後，金屬棒的速率就會減半成 $v/2$ ，而且 τ 大致上與初速無關。其原理是因為電磁感應：金屬棒的運動造成迴路的磁通量改變，產生應電流，而此電流讓運動中的金屬棒，在磁場中受到一反向的磁力，因此會減速，且應電流在電阻 R 上會產生功率消耗。 τ 可由時間的因次求得，下列何者為 τ 的表示式？

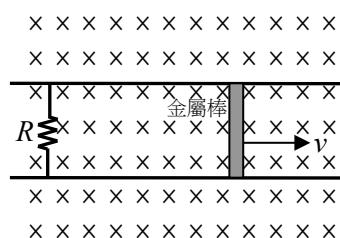


圖 5

- (A) $\frac{mR}{l^2 B^2}$ (B) $\frac{m^2 R}{lB^2}$ (C) $\frac{mB}{lR^2}$ (D) $\frac{mB^2}{l^2 R}$ (E) $\frac{l^2 B^2}{mR^2}$

14. 波長為 640 nm 的平行光束垂直照射寬度為 0.060 mm 的單狹縫，再正向投射在距離單狹縫 1.0 m 的屏幕上，並在屏幕上出現亮暗相間的條紋。若單狹縫寬度方向的兩邊緣至屏幕上 P 點處的光程差恰為三個波長，則 P 點至屏幕中央亮帶的中心線之距離為多少 cm？

- (A) 0.36 (B) 6.0 (C) 3.2 (D) 6.4 (E) 64

15. 某生進行光電效應實驗，使用的正極板與負極板表面均為金屬鈉，其功函數為 2.3 eV ，而電源提供的電位差為 3.0 V 。通常在光電效應實驗中是將光照射在正極板上，但某生在實驗中卻將波長 400 nm 的光照射在負極板上，則光電子到達正極板時的最大動能約為何？（取普朗克常數 $h=6.63\times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$ ，基本電荷 $e=1.6\times 10^{-19}\text{ C}$ ，光速 $c=3.0\times 10^8\text{ m/s}$ ）

- (A) 5.4 eV (B) 3.8 eV (C) 3.1 eV (D) 2.3 eV (E) 0.8 eV

16. 老師以彈珠遊戲做示範教學，將半徑相同的彈珠都放置在一水平直線軌道中，由左到右質量分別為 M 、 $2M$ 、 $2M$ 、 $4M$ ，如圖 6 所示。一開始時所有的彈珠皆處於靜止狀態，老師將左邊數來第三顆質量為 $2M$ 的彈珠，以 1.5 m/s 的速度水平射向右邊質量為 $4M$ 的彈珠，造成一系列的碰撞。若所有碰撞皆為彈性碰撞，且摩擦力均可忽略不計，則下列敘述何者正確？



圖 6

- (A) 所有彈珠總共發生四次彈性碰撞
 (B) 在經過多次碰撞後，最後左邊數來的第三顆彈珠向右運動
 (C) 在經過多次碰撞後，質量為 $2M$ 的兩顆彈珠，最後都向左運動
 (D) 在經過多次碰撞後，質量為 M 與 $4M$ 的彈珠，最後運動的方向相反
 (E) 在經過多次碰撞後，質量為 M 的彈珠，最後的運動速率是所有彈珠中最慢的
17. 質量為 1 kg 的物體靜置於地面上，今施鉛直向上力 F 於此物體。 F 隨時間 t 變化的關係如圖 7 所示。則在 $t=0\sim 10\text{ s}$ 間，此力作用在物體上的平均功率為下列何者？（取重力加速度為 10 m/s^2 ，且忽略空氣阻力）

- (A) 162 W (B) 144 W (C) 94.5 W (D) 32.4 W (E) 28.8 W

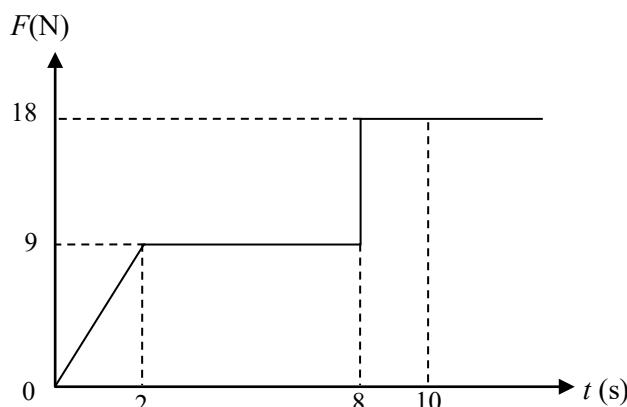


圖 7

18. 同學們玩飛鏢遊戲，某生持一飛鏢水平瞄準靶心X點，將飛鏢在距離X點2 m處，以 20 m/s 速率水平射出，如圖8所示。

若飛鏢被射出後擊中Y點，則XY之間的距離為何？(假設飛鏢可視為質點、空氣阻力可略，取重力加速度為 10 m/s^2)

- (A) 0.5 m (B) 0.2 m
(C) 0.1 m (D) 0.05 m
(E) 0.02 m

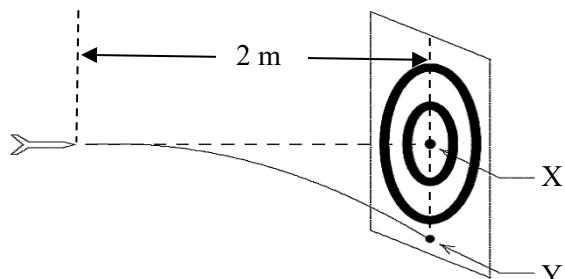


圖 8

19. 一條長為 R 的繩子綁住一個石塊，讓石塊一開始在鉛直面上作圓周運動，石塊的位置可由石塊—圓心連線和水平線夾角 θ 表示，如圖9所示。若石塊在最低處的速率改為 $\sqrt{7Rg/2}$ ， g 為重力加速度，則石塊轉到何處時會脫離圖9所示之圓形虛線軌跡？(已知 $\sin 37^\circ \approx 0.6$)

- (A) $\theta = 30^\circ$ (B) $\theta = 37^\circ$
(C) $\theta = 45^\circ$ (D) $\theta = 53^\circ$
(E) $\theta = 60^\circ$

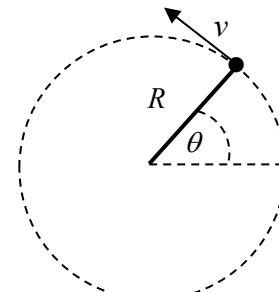


圖 9

20. 甲、乙兩物體有相同的質量，且體積可忽略，乙靜置於水平面上，而甲以長度為 L 、質量可忽略的細繩繫於乙上方的一點，並在與鉛直方向成 37° 處自靜止被釋放後，在最低點與乙發生正向彈性碰撞，如圖10所示。已知碰撞時間極短，且碰撞後甲靜止不動，而乙在桌面上往左滑行了距離 L 後停下來。令乙跟水平面之間的動摩擦係數為 μ_k ，則 μ_k 的值為何？(已知 $\sin 37^\circ \approx 0.6$)

- (A) 0.1
(B) 0.2
(C) 0.3
(D) 0.4
(E) 0.5

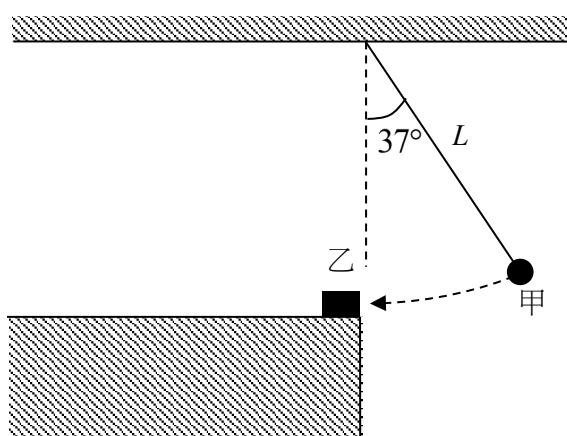
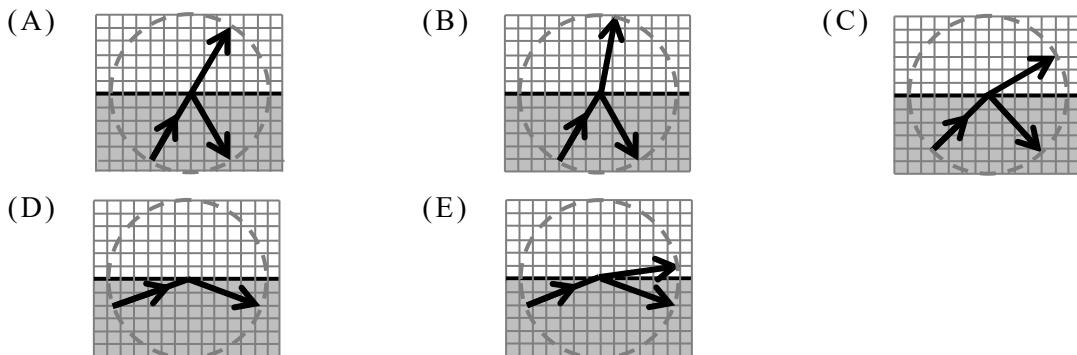


圖 10

二、多選題（占 20 分）

說明：第21題至第24題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得5分；答錯1個選項者，得3分；答錯2個選項者，得1分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

21. 光線自折射率為 $5/4$ 的透明液體射向折射率為 1 的空氣，下列坐標圖中，哪些為可能的光徑？(各圖中的箭頭實線為光徑，圓圈虛線為參考圓僅用以輔助判讀)



22. 下列有關物質受熱與狀態變化的敘述，哪些正確？

- (A) 當壓力變大時，冰的熔點也變高
- (B) 在高海拔地區，很難把飯煮熟，是因為高度越高氣壓越低，水的沸點也降低
- (C) 廚房內煮湯時，只要鍋內還有水沸騰，溫度就不太會繼續升高，這是因為液態水大量汽化吸收熱量的緣故
- (D) 水的溫度由 0°C 升高到 100°C 的過程中，體積皆會隨溫度升高而變大
- (E) 滾燙的熱水倒進冰涼的厚玻璃杯中時，若杯子破裂，主要是因為杯子的內壁和外壁溫差很大，導致杯子內外的膨脹不均勻所造成的

23. 距離地球相當遙遠的甲、乙兩個星系因宇宙膨脹而以 $v_{\text{甲}}$ 和 $v_{\text{乙}}$ ($v_{\text{甲}} > v_{\text{乙}}$) 的速率遠離地球，若分別在兩星系上的氫原子之電子都由初始能階 E_n 跃遷到 E_m ，且 $E_n > E_m$ (n 、 m 為主量子數)，則下列敘述哪些正確？(h 為普朗克常數， c 為真空中光速)

- (A) 甲星系與地球的距離大於乙星系與地球的距離
- (B) 甲星系上的氫原子之電子由能階 E_n 跃遷到 E_m 時所釋放出的電磁波，在真空中以光速傳播
- (C) 甲星系上的氫原子之電子躍遷所釋放之電磁波到達地球時，在地球上的觀測者所測得的頻率為 $(E_n - E_m)/h$
- (D) 乙星系上的氫原子之電子躍遷所釋放之電磁波到達地球時，在地球上的觀測者所測得的波長小於 $hc/(E_n - E_m)$
- (E) 甲、乙星系上的氫原子電子躍遷所釋放之電磁波到達地球時，在地球上的觀測者所測得來自甲星系電磁波的頻率小於來自乙星系電磁波的頻率

24. 將重量 W 的物體以水平外力 F 壓在鉛直的牆面上，物體離地面有一段距離。若物體靜止不動，則下列敘述哪些正確？

- (A) W 與 F 量值相等，才能達成靜力平衡
- (B) 牆對物體的作用力，在水平方向是正向力，且與 F 量值相等
- (C) 牆對物體的作用力，在鉛直方向是摩擦力，且與 F 量值相等
- (D) 鉛直方向的摩擦力與 W 量值相等，才能達成靜力平衡
- (E) 當水平外力 F 增大時，牆對物體的正向力增大，但摩擦力量值不變

第貳部分：非選擇題（占 20 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（1、2、……），若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。作答時不必抄題，但必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、某生以兩同調點波源於水波槽觀測水波干涉現象，水波不易直接觀測，因此實驗時於水槽上方置一燈，將水波光影投射於水槽底，以便觀測與記錄。實驗觀察獲得的水波干涉圖如圖 11 所示。

1. 依據干涉圖（圖 11）中所標示的線 a、b、c、d、e、f、g，寫出哪些線是節線、哪些線是腹線，並說明如何由干涉圖中找出節線與腹線的方法。（4 分）

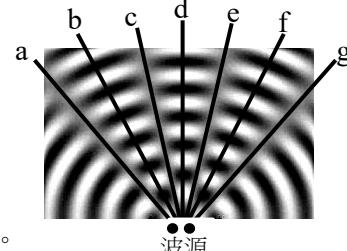


圖 11

2. 若要理論驗證實驗圖中節線的位置，必須測量哪些物理量？說明測量這些物理量的方法及驗證的原理。（4 分）
3. 如果兩同調點波源的振動頻率增為 2 倍，則相鄰兩節線間距將變為原來的多少倍？並說明原因。（2 分）

二、質譜儀測量出帶電離子的荷質比，可進而分析離子的種類，其主要構造可分為離子源、具有均勻磁場 B_1 的分析器及偵測器。質譜儀測量過程如圖 12 所示：質量 m 、帶電荷 q ($q > 0$) 的離子，由離子源以速度 v 垂直射入均勻磁場 B_1 中（以•表示射出紙面方向），經過半個圓周後射入偵測器，離子源和偵測器的距離固定為 L ，只有特定質量的離子才能射入偵測器被偵測到。實驗時先讓離子經過平行金屬板間的區域，如圖 12 左下所示，該區域有橫向的均勻電場 E （以→表示電場方向）及進入紙面的均勻磁場 B_2 （以×表示），目的為使垂直射入均勻磁場 B_1 的離子皆有相同的速度 v 。

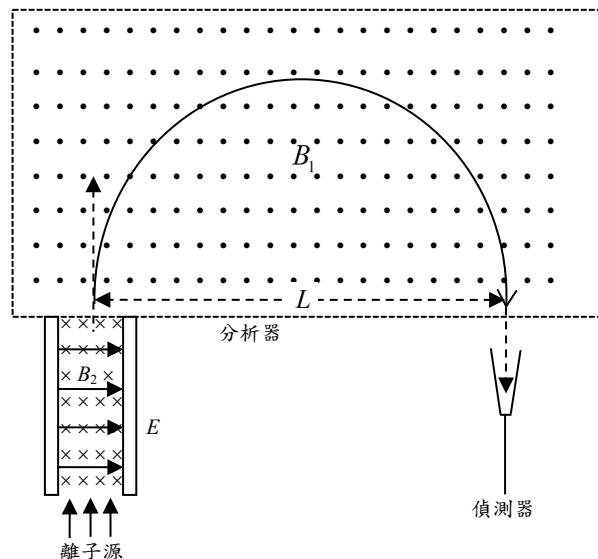


圖 12

回答下列問題。

1. 欲使垂直射入均勻磁場 B_1 的離子皆有相同的速度 v ，則平行金屬板間區域的電場 E 、磁場 B_2 及離子速度 v 有何關係？（2 分）
2. 計算可射入偵測器的離子的質量 m 為何？（以 q, v, B_1, L 表示）（4 分）
3. 由於實驗中離子速率有誤差 Δv ，離子速率可表示為 $v + \Delta v$ ，因此測量到的離子質量會有誤差 Δm ，質量可表示為 $m + \Delta m$ ，計算離子質量的誤差比率 $(\Delta m/m)$ 為何？（以 v 和 Δv 表示）（4 分）

109 學年度指定科目考試（補考）

物理考科選擇題答案

題號	答案	題號	答案
1	E	21	CD
2	B	22	BCE
3	C	23	ABE
4	C	24	BDE
5	A		
6	C		
7	E		
8	D		
9	B		
10	D		
11	A		
12	E		
13	A		
14	C		
15	B		
16	D		
17	E		
18	D		
19	A		
20	B		

109 學年度指定科目考試（補考） 物理考科非選擇題參考答案

物理考科的非選擇題評量重點為考生是否能夠清楚表達分析推論過程，故答題時應將解題過程說明清楚。解題的方式有很多種，但考生用以解題的觀點必須符合題目所設定的情境。若考生表述的概念內容正確，解題所用的相關公式也正確，並得到正確答案，則可得到滿分。若考生的觀念正確，也用對相關公式，但計算錯誤，則可獲得部分分數。本公告僅提供各大題參考答案以供各界參考。

109 學年度指定科目考試(補考)物理考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

第一題

第 1 小題 (4 分)

節線：a、c、e、g

腹線：b、d、f

沿著波行進方向，連接亮暗紋的中點，即為腹線。

沿著波行進方向，連接亮紋區與暗紋區的交界處的點，即為節線。

第 2 小題 (4 分)

測量視路程差（視波程差） ΔL ：在節線上某一點 P，至兩波源的距離，計算此兩距離差的絕對值即為視路程差（視波程差） ΔL 。

測量水波視波長 λ ：沿著波傳遞方向，找出相鄰兩亮紋或兩暗紋中點的距離，即為視波長 λ 。

$$\lambda \text{ 和 } \Delta L \text{ 滿足 } \Delta L = \frac{2n-1}{2} \lambda, n=1,2,3\dots.$$

第 3 小題 (2 分)

波速為定值，依據 $v=f\lambda$ ，當 f 變為 2 倍， λ 變為原來的 $\frac{1}{2}$ 。

依據惠更斯原理，波前的間距即為波長，當波長減小，圖 11 隨之依比例縮小，因此 a、c、e、g 間距也依比例縮小，故相鄰兩節線間距變為原來的 $\frac{1}{2}$ 。

第二題

第 1 小題 (2 分)

離子垂直入射分析器，靜電力 \bar{F}_E 與磁力 \bar{F}_B 必須靜力平衡，故 $F_E = F_B$ ，即 $qE = qvB_2$ ，
經整理可得離子速度 $v = \frac{E}{B_2}$ 。

第 2 小題 (4 分)

帶電離子在磁場中運動，磁力作為向心力，可得 $m \frac{v^2}{R} = qvB_1$ ，其中 $R = \frac{L}{2}$ ，經整理可得
 $m = \frac{qB_1 L}{2v}$ 。

第 3 小題 (4 分)

解法一

已知 $m = \frac{qB_1 L}{2v}$ ，因速率有誤差 Δv ，因此測量到的質量有誤差 Δm ，

可得 $m + \Delta m = \frac{qB_1 L}{2(v + \Delta v)}$ ，移項可得 $\Delta m = \frac{qB_1 L}{2(v + \Delta v)} - m$ ，代入關係式 $m = \frac{qB_1 L}{2v}$ ，可得
$$\Delta m = \frac{qB_1 L}{2(v + \Delta v)} - \frac{qB_1 L}{2v} = \frac{qB_1 L}{2} \left(\frac{1}{v + \Delta v} - \frac{1}{v} \right)$$

$$= \frac{qB_1 L}{2} \frac{-\Delta v}{v(v + \Delta v)} = -m \frac{\Delta v}{v + \Delta v}$$

故誤差比率 $\frac{\Delta m}{m} = -\frac{\Delta v}{(v + \Delta v)}$ 。

解法二

因 Δv 與 Δm 是微小量，可得

$$\Delta m = -\frac{qB_1 L}{2v^2} \Delta v = -\frac{qB_1 L}{2v} \frac{\Delta v}{v}$$

$$= -m \frac{\Delta v}{v}$$

故誤差比率 $\frac{\Delta m}{m} = -\frac{\Delta v}{v}$ 。

解法三

已知 $m = \frac{qB_1 L}{2v}$ ，因速率有誤差 Δv ，因此測量到的質量有誤差 Δm ，其中 Δv 與 Δm 是微小量，可得 $m + \Delta m = \frac{qB_1 L}{2(v + \Delta v)}$ ，

$$\text{移項可得 } \Delta m = \frac{qB_1 L}{2(v + \Delta v)} - m \text{，代入關係式 } m = \frac{qB_1 L}{2v}$$

$$\Delta m = \frac{qB_1 L}{2(v + \Delta v)} - \frac{qB_1 L}{2v} = \frac{qB_1 L}{2} \left(\frac{1}{v + \Delta v} - \frac{1}{v} \right)$$

$$= \frac{qB_1 L}{2} \frac{1}{v} \left(\frac{1}{1 + \Delta v/v} - 1 \right)$$

$$= \frac{qB_1 L}{2} \frac{1}{v} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\Delta v}{v} \right)^{n-1} - 1 \right]$$

$$= \frac{qB_1 L}{2} \frac{\left[1 - \left(\frac{\Delta v}{v} \right) + \dots - 1 \right]}{v} \approx -m \frac{\Delta v}{v}$$

$$\text{故誤差比率 } \frac{\Delta m}{m} = -\frac{\Delta v}{v} \text{。}$$